



Modellierung und Simulation nichtlinearer Motoreigenschaften

Studienarbeit

Matthias Kubisch

Betreuer: Dr. Manfred Hild

16. Juni 2008

Zusammenfassung

Für die Entwicklung sensomotorischer Bewegungsabläufe von Laufrobotern ist es ungemein hilfreich, Bewegungsexperimente möglichst verschleißfrei durchzuführen und unterschiedliche Lernverfahren der künstlichen Intelligenz austesten zu können. Für dieses Vorhaben benötigt man eine echtzeitfähige physikalische Simulationsumgebung, welche ein adäquates Modell des Roboters enthält, sodass die Erkenntnisse auf die echte Maschine übertragbar sind.

Einen Schwerpunkt bei der Modellierung von Robotern stellen dabei die Antriebssysteme dar. Ein immernoch häufig verwendeter Typ von Antrieben für Laufroboter sind Servomotoren. In dieser Studienarbeit wird, am Beispiel eines kostengünstigen Servomotors mit einem Getriebe aus Kunststoff, ein Modell entwickelt, welches die wesentlichen mechanischen Eigenschaften wie Reibung und Getriebeverformung umfasst. Für die Modellierung der Reibung kommt das dynamische LUGRE-Reibungsmodell zum Einsatz und die viskoelastische Verformung des Getriebes wird mit Hilfe des verallgemeinerten MAXWELL-Modells beschrieben. Die dafür notwendigen Modellparameter wurden mit Hilfe evolutionärer Verfahren ermittelt, in einer echtzeitfähigen Simulation getestet und durch Experimente bestätigt. Im Allgemeinen gelten diese physikalischen Eigenschaften in mechanischen Systemen als unerwünscht. Im letzten Kapitel wird deshalb ein Ausblick auf deren Nutzbarkeit gegeben.

Danksagung

Vorab möchte ich mich bei all denen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Einen besonderen Dank verdient Torsten Siedel, der mich beim Aufbau meiner Experimente tatkräftig unterstützt hat und mir mit technischem Rat und durchdachten Lösungen beistand. Ich möchte Dr. Manfred Hild für die Betreuung dieser Arbeit und für den reichhaltigen Wissenstransfer danken und für die Geduld, dass ich diese Arbeit nach meinen Maßstäben zu Ende bringen konnte. Weiterhin danke ich folgenden Kollegen für ihre Mitarbeit: Heinrich Mellmann, dem ich nicht selten mit mathematischen Fragestellungen zu Leibe gerückt bin, Ferry Bachmann, der stets ein offenes Ohr für mich hatte, wenn wiedere einmal *unerklärliche* Phänomene meine Nerven anstregten, und Arndt von Twickel, der mich mit wichtigen Hinweisen und nützlichen Informationen versorgte und stets interessiert nach dem Stand meiner Arbeit fragte. Zuletzt richte ich meinen Dank an Thomas Lobig, der, trotz all meiner Bemühungen mich auf diese Arbeit zu konzentrieren, es doch immer wieder schaffte mich etwas abzulenken und mir meine Gedanken mit auflockernden Gesprächen zu lüften.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Antriebsbeschreibung	1
1.2	Aufbau eines Servomotors	2
1.3	Regelmechanismus	3
1.4	Herausforderungen für die Simulation	3
1.5	Eigenschaften von Servomotoren	4
1.6	Zielsetzung	5
2	Modelle	7
2.1	Reibung	7
2.1.1	Klassische Modelle	8
2.1.2	Dynamische Modellierung und das LuGre-Modell	11
2.2	Verformung	16
2.2.1	Deformationsgesetze	16
2.2.2	Generalisiertes Maxwell-Modell	21
3	Messungen	23
3.1	Reibung	23
3.2	Deformation	24
3.3	Spannung & Stromaufnahme	28
3.4	Trägheitsmoment	29
3.5	Haltedrehmoment	30
4	Simulation	32
4.1	Simulationsumgebung: Breve	32
4.2	Implementation	33
4.2.1	Algorithmusbeschreibung	33
4.2.2	Reibungsmodell	34
4.2.3	Deformationsmodell	35
4.3	Künstliche Evolution zur Parameteridentifikation	35
4.3.1	Ablauf der Evolution	36
4.3.2	Auswertung der Experimente	36
5	Zusammenfassung und Ausblick	41
5.1	Resultat	41
5.2	Nutzung der mechanischen Eigenschaften	41
A	Mathematischer Anhang	43

1 Einleitung

In der Erforschung und Entwicklung sensomotorischer Bewegungsmuster für Laufroboter ist der natürliche Verschleiß mechatronischer Komponenten ein kostspieliges und mühsames Unterfangen. Der Austausch ist zeitaufwendig, unliebsam und in der universitären Forschung oft auch finanziell nur schwer tragbar. Bewegungsexperimente und Lernverfahren auszutesten erfordert aber den häufigen Einsatz der Maschinen. Sucht man deshalb nach Möglichkeiten solche Experimente schnell und verschleißfrei durchzuführen, bietet sich eine echtzeitfähige physikalische Simulationsumgebung an. Möchte man die aus der Simulation gewonnenen Erkenntnisse dann auch auf die echte Maschine übertragen, so muss bei der Modellierung des Roboters entsprechend hoher Aufwand getrieben werden. Die Modellierung von Antrieben ist dabei ein wesentlicher Schwerpunkt. Kostengünstige Antriebe haben oft Eigenschaften, die primär als unerwünscht empfunden werden. Sowohl die Steuerung als auch die Simulation solcher Antriebe wird umso schwieriger, je weiter die Eigenschaften von denen idealer Antriebe abweichen.

1.1 Antriebsbeschreibung

Ein bisher noch häufig verwendeter Typ von Antrieben für Laufmaschinen ist der klassische Servomotor. Er wird meist als eindimensionales Drehgelenk in Armen und Beinen verbaut. Möchte man beispielsweise ein Kugelgelenk erzeugen, so verwendet man häufig drei einzelne solcher Servogelenke und kombiniert diese entsprechend zu einem Drei-Achsen-Gelenk.



Abbildung 1.1: DYNAMIXEL AX-12: Dieser übliche Servomotor, besteht aus einem DC-Elektromotor, welcher an ein Kunststoff-Stirnradgetriebe gekoppelt ist. Eine Steuerplatine mit einem Mikroprozessor übernimmt die Regelung und kann über einen seriellen Bus kommunizieren.

1.2 Aufbau eines Servomotors

Ein handelsüblicher Servomotor besteht im Allgemeinen aus einem DC-Elektromotor¹, welcher mit einem Getriebe versehen ist, um von hoher Drehzahl auf hohes Drehmoment zu übersetzen. Zusätzlich ist eine Steuerplatine verbaut, welche je nach Typ speziell kodierte Signale entgegen nimmt und in entsprechende Motorsignale umwandelt. Einfache Modellbauservos nehmen auf der Signalleitung PWM-Signale entgegen und wandeln diese direkt in eine korrespondierende Winkelposition um. Dabei übernimmt ein interner PID-Regler² diese Aufgabe. Ein Winkelgeber, meist als Drehpotentiometer oder HALL-Sensor implementiert, gibt der Regelung Auskunft über die aktuelle Winkelposition. Der Elektromotor selbst wird dann ebenfalls über die anliegende Pulsweiten-modulierte Spannung angetrieben.

Dynamixel AX-12

Etwas ausgeklügeltere Aktuatoren, wie der in der A-Serie [HMS07, Hil07, HKG07] verbaute DYNAMIXEL AX-12, verwenden ein ausgefeiltes Bussystem, über welches die Daten mittels eines Protokolls kommuniziert werden. Solche Systeme bieten vielerlei Möglichkeiten der Ansteuerung, wie z. B. die Begrenzung des maximal aufzuwendenden Drehmoments. Außerdem kann die Regelungsempfindlichkeit (*compliance margin*) angegeben werden oder Statusdaten, wie z. B. die aktuelle interne Temperatur, die anliegende Spannung oder Fehlermeldungen, abgefragt werden.

Auf der Steuerplatine sind ein Mikroprozessor, eine H-Brücke, ein Temperatursensor und ein Winkelgeber (Drehpotentiometer) verbaut. Hier finden sich auch die Anschlüsse für serielle Kommunikation und Stromversorgung. Unglücklicherweise ist der Winkelgeber auf der dem Abtrieb abgewandten Seite der großen Getriebewelle montiert. Wie sich in Abschnitt 3.2 zeigt, ist es ihm dadurch nicht gegeben, stets den korrekten Winkel für den Abtrieb zu kennen.

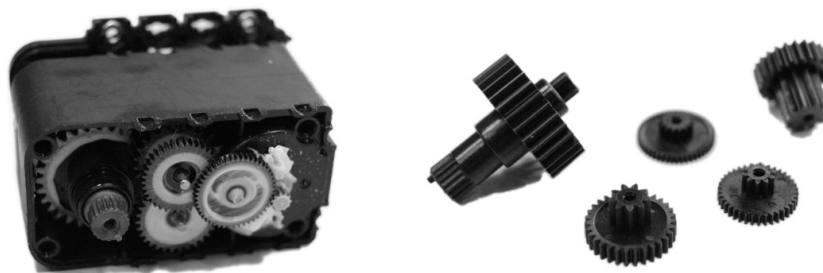


Abbildung 1.2: Geöffneter DYNAMIXEL AX-12 (links): Ein Stirnradgetriebe mit Gleitlager. Dazwischen recht unregelmäßig verteiltes Lagerfett. Die einzelnen Zahnräder (rechts) haben eine Evolventenverzahnung und eine gesamte Getriebeübersetzung von 1/254.

¹Die Bezeichnung DC steht für Gleichspannung (*direct current*).

²PID-Regler. Regelmechanismus, der Soll- und Ist-Wert mit Hilfe eines proportionalen, eines integralen und eines differentiellen Stellglieds abgleicht.

1.3 Regelmechanismus

Speziell bei Laufmaschinen hat sich herauskristallisiert, dass die Ansteuerung des Winkels energetisch ungünstig ist, da eine Entspannung der Motoren nicht gegeben ist. Positionen, welche ein Bein beispielsweise allein durch seine Trägheit erreichen würde, werden stur ausgegeregelt, wobei wertvolle elektrische und mechanische Leistung verschenkt wird. Das hat mehrere Implikationen: Erstens heizen sich die Gelenke unnötig auf, was die Lebensdauer senkt und die Ausfallrate erhöht. Zweitens wirken per Winkel ausgegeregelt Bewegungen meist unnatürlich oder gar ruckelig und drittens ist die Einsatzdauer mobiler Roboter verkürzt.

Die alleinige Steuerung des Drehmoments kann solche Einschränkungen umgehen. Sie erfordert es allerdings den internen Regelmechanismus aus dem Servosystem herauszuführen. Eine bereits vorhandene Regelung muss demnach umgangen werden. Solch eine externe Steuerung wird nicht selten *neuronal* implementiert, wenn es darum geht natürliche Laufmuster mit sensomotorischer Rückkopplung zu erzeugen. Wie Laufmaschinen mithilfe *Rekurrenter Neuronaler Netze* betrieben werden können, ist unter anderem in [PHZ03, HP07, HKG07] beschrieben.

In der nun folgenden Betrachtung wird also eine PID-Steuerung ausgeklammert. Es wird eine reine Drehmomentsteuerung des Servogelenks angenommen. Über den darüberliegenden Regelmechanismus wird keine weitere Annahme gemacht. Demzufolge ist die einzige Stellgröße, welche dem Gelenk übergeben wird, das gewünschte Drehmoment. Als Rückgabewerte für die sensomotorische Schleife wird der aktuelle Winkel und ggf. die Winkelgeschwindigkeit angenommen.

Die interne Steuerung des DYNAMIXEL AX-12 kann einfach in eine Drehmomentsteuerung umgewandelt werden. Dazu extrahiert man das Vorzeichen, also die Richtung, des gewünschten Drehmoments. Dann lässt man das System den maximal möglichen Winkel in dieser Richtung mit maximaler Geschwindigkeit anfahren und legt das maximal aufzubringende Drehmoment auf den gewünschten Stellwert fest.

1.4 Herausforderungen für die Simulation

Möchte man das Verhalten einer Laufmaschine testen und neue Bewegungsmuster entwerfen, so liegt es nahe, eine dem echten Roboter entsprechende Simulation zu entwickeln. Hat man solch eine physikalische Simulationsumgebung geschaffen, lassen sich zügig und verschleißfrei Experimente durchführen. In Abbildung 1.3 ist eine solche bestehende Simulation mit dem Namen SIMLOID [Hei07] gezeigt. Dieses Vorhaben setzt allerdings eine hohe Modellgüte voraus, will man die Resultate auch auf die echte Maschine übertragen [HHB07]. Dem eigentlichen Aktuator muss dabei besonders viel Beachtung geschenkt werden, da er entscheidend für die Dynamik ist.

Die von Laufmaschinen erzeugten Bewegungen sind meist zyklisch, besitzen demnach häufige Richtungswechsel und laufen mit vergleichsweise geringen Geschwindigkeiten. In diesem Fall hat die Reibung einen erheblichen Einfluss auf das Verhalten des Gelenks, da bekanntermaßen bei besonders kleinen Geschwindigkeiten das Phänomen der Haftreibung [Str02] auftritt. Besitzt der Roboter darüber hinaus flexible Bauteile, so müssen auch diese entsprechend modelliert werden.

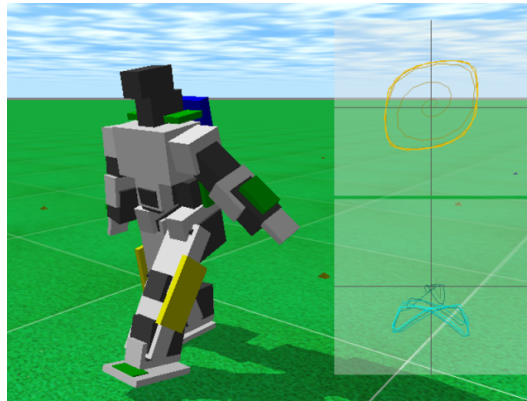


Abbildung 1.3: SIMLOID: Ein echtzeitfähige Simulation eines humanoiden Roboters. Der Rumpf und die Gliedmaßen sind als Quader angenähert. Die Motoren entsprechen simulierten Drehgelenken (schwarze Kästen).

1.5 Eigenschaften von Servomotoren

Bei der Konstruktion von Servomotoren wird viel Aufwand getrieben, um unerwünschte Eigenschaften wie Reibung, Verformung und Getriebeispiel zur Gänze auszumerzen. Die Reduktion oder Abwesenheit dieser Eigenschaften muss allerdings meist durch einen ungleich höheren Preis bezahlt werden. Dies ist ein nicht zu unterschätzender Nachteil für die universitäre Forschung. Auf einen humanoiden Roboter kommen gern mehr als zwanzig solcher Servosysteme. Die Ausfallrate ist aufgrund der teilweise starken Belastung ebenfalls nicht zu vernachlässigen.

Bei preiswerten Servomotoren muss demnach die Modellierung angepasst werden, will man ein adäquates Robotermodell entwerfen. Zwei der wichtigsten Eigenschaften, welche vom Verhalten idealer Motoren abweichen, sind die Reibung und die Getriebeeigenschaften. Sind die Getriebeteile aus Metall, so ist bei preiswerten Systemen oft ein deutliches Getriebeispiel zu vermerken, welches durch unterschiedliche Verfahren [BL08] kompensiert werden kann. Sind die Getriebe wiederum aus Kunststoff, so wird das eigentliche Getriebeispiel von den ungleich größeren Verformungen überlagert.

Betrachtet man zusätzlich ein autonomes Robotersystem, welches mit einer Vielzahl von Servomotoren und einer mobilen Energiequelle ausgestattet ist, so wirft diese Aufgabenstellung eine weitere Eigenschaft auf, welche es zu modellieren gilt. Unter der Last eines mit starkem Drehmoment betriebenen Gelenks knickt die Spannungsversorgung des Roboters leicht ein. Sind mehrere Motoren gleichzeitig aktiv, was im Allgemeinen die Regel ist, so beeinflussen sich die Motoren alle gegenseitig, insofern sie an derselben Energiequelle hängen. So kommt es beispielsweise bei einer Aufstehbewegung eines humanoiden Roboters dazu, dass, aufgrund der hoch eingeforderten Drehmomente, die Spannung um 25% einbricht. Die Auswirkungen auf das maximal aufzuwendende Drehmoment sind dann nicht mehr zu vernachlässigen. Eine über den gesamten Rumpf verteilte Energieversorgung, wie z. B. im Laufroboter OCTAVIO [Hil07] könnte hier Abhilfe schaffen.

1.6 Zielsetzung

In der folgenden Arbeit wird ein Modell für die Echtzeit-Simulation eines handelsüblichen Servosystems entworfen. Als konkretes Anwendungsobjekt dient der DYNAMIXEL AX-12 der Firma ROBOTIS. Dieses System und teilweise ähnliche Aktuatoren finden in der Forschung häufig Verwendung, so in [HMS07, RLB08, MGH07].

Testaufbau

In dieser Betrachtung wird ein isoliertes Experiment aufgebaut. Dieses besteht aus einem einzelnen Servomotor, welcher auf einem festen Untergrund fixiert ist und an dessen Abtrieb ein physikalisches Pendel montiert ist. Das Trägheitsmoment des Pendels ist so gewählt, dass es den Drehmomentbereich des Servos möglichst ohne übermäßige Belastungen gut ausschöpfen kann. Die Testszenarien werden analog zu den Bewegungsmustern von Laufmaschinen durchgeführt, d. h. vergleichsweise geringe Geschwindigkeiten, zyklische Bewegungen und teilweise hohe externe Last. Diese externe Last ist durch das massereiche Pendel realisiert und sie variiert dementsprechend, da das Pendel bekanntermaßen der Schwerkraft unterliegt und somit positionsabhängige Drehmomente auf den Servo ausübt.

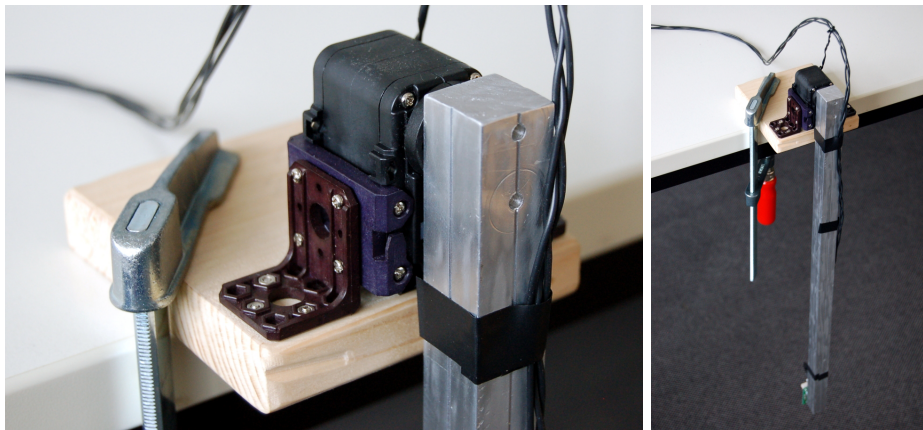


Abbildung 1.4: Testaufbau: Ein Servomotor an dessen Abtrieb ein Pendelarm montiert ist. Der Motor selbst ist auf einer unbeweglichen Unterlage befestigt.

Es werden eingehend die Einflüsse der *Reibung* und der *Verformung* untersucht und festgestellt, dass in diesem konkreten Beispiel das Getriebe eine verhältnismäßig geringe Einflussnahme ausübt, wohl aber das Getriebe eine enorme Elastizität aufweist. Diese kann nicht ohne Weiteres von der Servo-internen Regelstruktur detektiert werden und man benötigt für spezielle Roboterbewegungen, wie z. B. dem Balancieren auf einem Bein, zusätzliche Sensoriken und Mechanismen.

Fehlende Modellkomponenten

Die gegenseitige Beeinflussung der Motoren über die Versorgungsleitung wird in dieser Arbeit *nicht* untersucht, allerdings eine Notwendigkeit dieser festgestellt. Der Einfluss der Servo-internen Temperatur wurde ebenfalls nicht ausreichend untersucht und es wurden keine Tests mit hohen Umlaufgeschwindigkeiten oder andauernder Belastung durchgeführt. Zur fertigen Simulation des Motorverhaltens gehört auch die Simulation des Gehäuses. Die äußere Form kann getrost als Quader approximiert werden. Allerdings liegt der Schwerpunkt nicht im

geometrischen Zentrum. Es stellt sich weiterhin die Frage ob evtl. Kreiselkräfte, welche durch die rotierenden Teile im Innern des Servomotors entstehen, einen messbaren Einfluss haben.

Resultat

Als Ergebnis der Untersuchung entsteht ein Modell, samt einer implementierten Simulation und einem Satz Parameter, welcher anhand von Testdaten ermittelt wird. Das damit entstandene Modell hat seine Gültigkeit für das isolierte Experiment hinreichend genau unter Beweis gestellt und stellt damit eine gesunde Ausgangsbasis für Simulationsexperimente dar. Die Erweiterung auf ein System gekoppelter Aktuatoren und dessen Verifikation bleibt allerdings aus.

Bemerkung: Soweit nicht anders angegeben sind alle Angaben zu physikalischen Einheiten in dieser Arbeit als SI-Standard angegeben.

2 Modelle

Es folgt die theoretische Beschreibung der physikalischen Modelle für die mechanischen Eigenschaften des zu simulierenden Systems. Es werden alle für das Verständnis notwendigen Grundlagen erklärt und wenn möglich die Bestandteile der Modelle einzeln betrachtet. Zur Notation ist anzumerken, dass ein Punkt über einer Variablen, deren erste Ableitung nach der Zeit beschreibt. Wenn also $x(t)$ der Ort ist, so ist $\dot{x}(t) = dx/dt = v$ die Geschwindigkeit und $\ddot{x}(t) = d^2x/dt^2 = \dot{v} = a$ die Beschleunigung.

2.1 Reibung

Was ist Reibung? Reibung ist der Dorn im Auge des Maschinenbauers. Reibung ist das, was der Physiker gern »vernachlässigt«. Reibung ist aber auch der Grund warum Lebewesen laufen können, und weshalb wir glücklicherweise keine Nutzoberflächen perfekt horizontal ausrichten müssen. Man stelle sich vor, wie sich in Abwesenheit von Reibung binnen Minuten das Gedeck des Frühstückstisches verabschiedet und wie man jeden Abend, wenn man nach Hause kommt, seine Möbel aus der Zimmerecke wieder an ihren gewohnten Ort stellt oder, dass man sie aus diesem Grund festkleben oder angurten müsste. Zugegeben eine skurrile Vorstellung. Doch all diese Beispiele veranschaulichen das Vorhandensein von Reibung, als einen eben nicht zu vernachlässigenden Einflussfaktor.

Reibung tritt bei fast allen gegeneinander bewegten Körpern auf, welche mit Teilen ihrer Oberflächen in gegenseitigem Kontakt stehen. Reibung ist dissipativ, d. h. sie entzieht einem physikalischen System Energie, wenn sie auftritt. Diese Energie wird in Wärme umgewandelt. Reibung basiert auf der Existenz mikroskopischer Unebenheiten der aneinander reibenden Oberflächen. Solche Kontaktflächen haben feinste Strukturen und Auswüchse, welche sich bei Kontakt verhaken und durch Adhäsionskräfte anhaften können. Bei einsetzender Relativbewegung müssen diese Verhakungen erst überwunden werden, damit eine Bewegung zustande kommt. Dies ist der Effekt der sogenannten Haftreibung.

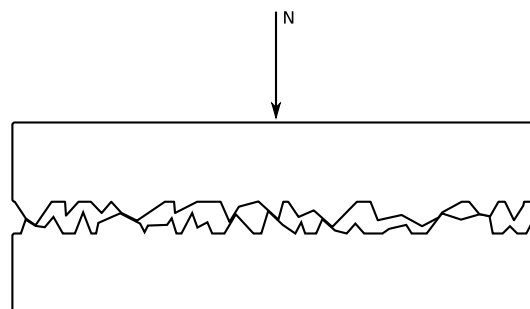


Abbildung 2.1: Eine schematische Darstellung rauer Oberflächen. Die Körper sind auf mikroskopischer Ebene ineinander verhakt.

Falsch ist die Vorstellung, der Körper würde haften und anfangen sich beim Erreichen einer bestimmten Losbrechkraft fortzubewegen. Vielmehr gibt es eine verschwindend kleine Auslenkung vor der eigentlichen Bewegung. Dabei wirkt auf den Körper ein Widerstand als würde er an kleinsten Federn befestigt sein. Erst wenn diese gedachten Federn »reißen«, beginnt er sich zu bewegen. Genaugenommen passiert dieser Prozess in vielen Einzelschritten und ist hochgradig zufällig.

Reibung kann als Kraft interpretiert werden, welche sich der Bewegung widersetzt. Die Stärke dieser Reibkraft ist sehr von der Beschaffenheit der beiden in Kontakt stehenden Oberflächen, von der Anpresskraft welche die Körper in Kontakt hält und sogar von der Temperatur abhängig. Reibung hat viele unterschiedliche Ausprägungen und kommt oft in beliebigen Variationen dieser vor.

Trockene Reibung (auch Festkörperreibung) tritt auf, wenn zwei feste Werkstoffe aufeinander reiben. Dabei ebenen sich die Kontaktflächen gegenseitig ein und es kann zum gegenseitigen Verschweißen kommen, da bedingt durch die Adhäsionskräfte, die extrem glatten Oberflächen sehr gut anhaften. *Viskose Reibung* (auch Flüssigkeitsreibung oder fluide Reibung) kommt vor, wenn zwischen den Kontaktflächen ein Schmiermittel aufgebracht wurde. Die Oberflächen sind dann durch das Fluid (z. B. Schmieröle und -fette, Wasser aber auch Luft) von einander getrennt. Geschmierte Oberflächen weisen meist weniger Reibung auf als trockene. Die entgegenwirkende Reibkraft erhöht sich jedoch in Abhängigkeit der Geschwindigkeit. Bei der viskosen Reibung ist der Verschleiß der Materialien am geringsten. Ist nicht ausreichend Schmiermittel vorhanden und sind die Oberflächen nicht vollständig durch einen Schmierfilm getrennt, so spricht man von Mischreibung.

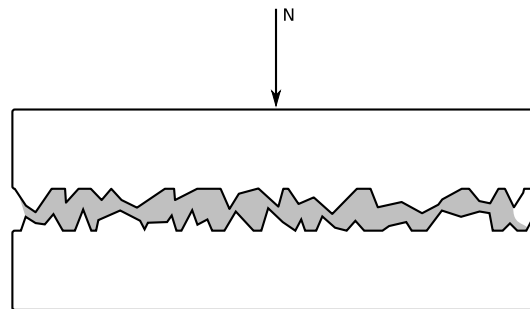


Abbildung 2.2: Eine schematische Darstellung rauer Oberflächen, welche durch ein Schmiermittel voneinander getrennt sind. Das Fluid füllt feinste Zwischenräume und verhindert den direkten Kontakt.

2.1.1 Klassische Modelle

Die klassischen Reibungsmodelle haben eine lange Zeit überdauert und sind auch heute noch fester Bestandteil der Lehre. Sie bieten für eine Vielzahl von einfachen Problemen ausreichend genaue Vorhersagen und werden oft in reduzierten Aufgabenstellungen (z. B. »Ein Geschoss fliegt durch die Luft« oder »Ein Block liegt auf einer schiefen Ebene«) verwendet. Diese Modelle sind statischer Natur und sind oft Funktionen der Geschwindigkeit, der externen Kräfte sowie der Temperatur. »Statisch« heißt, dass diese Modelle durch Experimente mit konstanten Geschwindigkeitsbeträgen ermittelt wurden.

Anmerkung: Die folgenden Modelle werden, im Hinblick auf die Tatsache, dass ein einzelnes rotatorisches Gelenk nur einen Freiheitsgrad besitzt, nur eindimensional betrachtet. Für ein besseres Verständnis wird die bereits eindimensionale Kreisbewegung auf eine gerade Bewegung projiziert. D. h. konkret wird als Geschwindigkeit $\dot{x} = v$ anstelle von $\dot{\varphi} = \omega$ (Kreisfrequenz) verwendet. Im Bereich der Anwendung erfolgt nichtsdestotrotz eine der Drehbewegung angemessene Betrachtung. In Abbildung 2.3 ist ein reduziertes Modell für die eindimensionale Bewegung unter Einfluss der Reibung zu sehen, welches mit den verwendeten Symbolen korrespondiert.

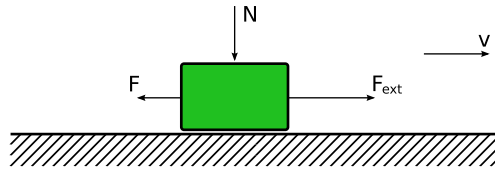


Abbildung 2.3: Eindimensionale Bewegung eines Blocks als reduziertes Modell für die Beschreibung von Reibung.

Coulomb-Reibung

Trockene oder *Gleitreibung* ist die einfachste Beschreibung der Reibung. Die Gleichung

$$F = F_C \operatorname{sgn}(v) \quad (2.1)$$

gibt die Größe der Kraft an und ist abhängig vom Vorzeichen der Geschwindigkeit sowie von der Beschaffenheit der Kontaktflächen. Die Reibkraft wirkt dann gewohntermaßen entgegen der Richtung der Bewegung. Die Konstante F_C ist problemspezifisch zu formulieren und wird bei dem Beispiel mit dem Block als $F_C = \mu N$ bestimmt, wobei N die Normalkraft ist, welche den Block an die Auflagefläche presst und μ eine materialspezifische Konstante ist, welche für unterschiedliche Materialien experimentell bestimmt werden muss. Dimensionslose Konstanten dieser Art findet man unter der Bezeichnung Reibungskoeffizient oder Reibungszahl. Die Coulomb-Reibung ist bedingt durch die Signumfunktion bei $v = 0$ nicht oder als null definiert.

Viskose Reibung

Viskose Reibung findet bei Bewegung unter Anwesenheit von Fluiden statt und wird oft linear in Abhängigkeit der Geschwindigkeit modelliert. Sie tritt auch in geschmierter Festkörpermechanik (z. B. in Getrieben) auf. Die viskose Reibung spielt auch beispielsweise bei der Modellierung elastischer Stoffeigenschaften eine große Rolle, wo sie als Dämpfer auftritt. Sie ist als

$$F = F_v v \quad (2.2)$$

definiert. Bei einigen Anwendungen ist der lineare Zusammenhang nicht ausreichend, sodass man das Modell um einen Parameter δ_v ergänzen muss.

$$F = F_v |v|^{\delta_v} \operatorname{sgn}(v) \quad (2.3)$$

Haftreibung

In Bereichen kleiner Geschwindigkeiten ist das Phänomen zu beobachten, dass die Reibkraft höher wird. Dieser auch als *Stribeck-Effekt* [Str02] bekannter Zusammenhang erklärt sich

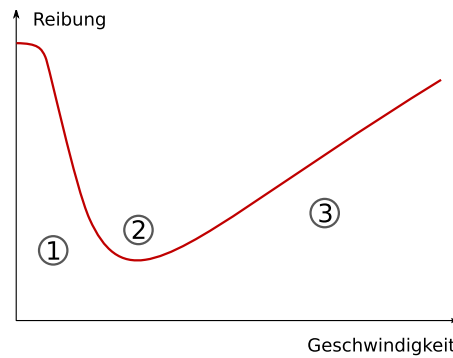


Abbildung 2.4: Die STRIBECK-Kurve zeigt den statischen Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Reibung. In der aus Beobachtungen gewonnenen Erkenntnis grenzen sich deutlich die verschiedenen Wirkbereiche der Reibung ab. 1.) Haftreibung, 2.) Coulomb-Reibung und 3.) viskose Reibung.

dadurch, dass in Ruhe bzw. bei vergleichsweise kleinen Geschwindigkeiten sich die rauen Oberflächen stärker ineinander verzahnen können und somit mehr Kraft benötigt wird, um die Körper gegeneinander entlang ihrer Kontaktfläche zu bewegen. Die Haftreibung (*stiction*; von *sticking* und *friction*) wird hier durch eine zusätzliche Konstante F_S mit $F_S \geq F_C$ modelliert. Bei rein fluider Reibung tritt dieses Phänomen nicht auf. Abbildung 2.4 zeigt die wohlbekannte STRIBECK-Kurve, in der die einzelnen Phasen der Reibung zu erkennen sind. Das Problem bei der Modellierung der Haftreibung ist, dass ausgehend von den klassischen Ansätzen, die Reibung keine ausschließliche Funktion der Geschwindigkeit mehr ist, sondern noch zusätzlich externe Kräfte einbezogen werden müssen. Diese sind meist nur schwer zu ermitteln bzw. müssen direkt aus der Simulationsumgebung bezogen werden. Man bedenke die Situation eines Blocks an einer schrägen Rampe bei $v = 0$. Die Coulombreibung ist an dieser Stelle als null definiert. Im kontinuierlichen Fall stellt das kein Problem dar. Im Fall einer diskreten Simulation führt es aber zu Oszillationen – bedingt durch ein Schrittweite $h > 0$. Der Körper kommt praktisch nie zur Ruhe. Man behilft sich hier, indem man die Reibkraft bei $v = 0$, den aufsummierten externen Kräften gleichsetzt, insofern man dieses messen kann. Die Berechnung

$$F = \begin{cases} F_{ext} & \text{wenn } v = 0 \text{ und } |F_{ext}| < F_S \\ F_S \operatorname{sgn}(F_{ext}) & \text{wenn } v = 0 \text{ und } |F_{ext}| \geq F_S \end{cases} \quad (2.4)$$

enthält dann allerdings eine Fallunterscheidung. In Abbildung 2.5 sind die hier genannten klassischen Reibungsmodelle gegenübergestellt. In *d*) ist der Übergangsbereich von Haft- zu Gleitreibung mit der Exponentialfunktion angenähert.

Bemerkung: In dieser Arbeit wird ein Modell ohne Einbeziehung äußerer Kräfte verwendet. Alle die Rotationsbewegung betreffenden Momente gehen implizit ins Modell ein. Externe Querkräfte, welche z. B. auf die Wellenaufhängung wirken, werden vernachlässigt. Durch Modifikation der Konstanten F_C und F_S als Funktionen externer Kräfte, können diese aber bei Bedarf einbezogen werden.

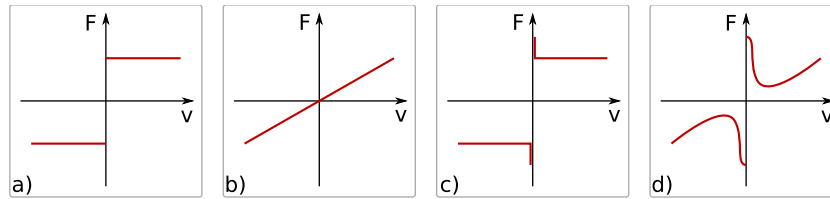


Abbildung 2.5: Klassische Reibungsmodelle: a) Coulombreibung, b) Viskose Reibung, c) Coulombreibung mit STRIBECK-Effekt (Haftreibung) und d) alle drei Komponenten zusammengefasst.

2.1.2 Dynamische Modellierung und das LuGre-Modell

Bei der Simulation von Reibung mit statischen Modellen können die oben genannten Schwierigkeiten auftreten. Unstetigkeiten sind numerisch schwierig und Fallunterscheidungen sind unschön zu implementieren und kosten zusätzlichen Berechnungsaufwand.

Die wichtigsten Gründe ein dynamisches Modell vorzuziehen sind jedoch eine Reihe von makroskopischen Phänomenen im Zusammenhang mit Reibung, die durch die statischen Modelle nicht oder nur unzureichend erklärt werden können. Durch zunehmend verfeinerte Messtechniken ist es gelungen dem Bereich der sehr kleinen Geschwindigkeiten um $v \approx 0$ auf die Schliche zu kommen, was einen präziseren Einblick in die Physik der Vorgänge *Anhaften* und *Losbrechen* ermöglichte. So zeigt sich, wie bereits erwähnt, eine mikroskopisch kleine Auslenkung vor der eigentlichen Bewegung (*pre-sliding displacement*) oder die variierende Losbrechkraft, die eine Funktion der Änderung äußerer Kräfte darstellt [Ols96]. Weiterhin verhält sich Reibung bei ansteigender Geschwindigkeit anders als bei sinkender Geschwindigkeit. Diese Art Phänomene sind mit statischen Funktionen der Geschwindigkeit nicht zu modellieren.

Über die Zeit wurden, ausgehend von den klassischen Modellen, viele Bemühungen unternommen die Modelle an die neu gewonnenen Erkenntnisse aus Reibungsexperimenten anzupassen. Daraus sind viele spezialisierte und auch einige allgemeine Reibungsmodelle entstanden, die befähigt sind einzelne oder mehrere der in Experimenten beobachtbaren Reibungsphänomene erfolgreich abzubilden. In [Ols96] ist eine gut strukturierte und ausführliche Übersicht über statische und dynamische Reibungsmodelle gegeben.

Ein vergleichsweise recht junges Modell ist das LUGRE-Modell [CDWOAL95] (so getauft von den Erdenkern an den Universitäten Lund und Grenoble). Dieses dynamische Modell simuliert einen Großteil der beobachtbaren Effekte und kommt ohne den Fall $v = 0$ zu unterscheiden aus.

Funktionsweise

Der Ansatz dieses Modells ist es, die Reibung als die Widerstandskraft vieler kleiner Borsten zu betrachten die, bei auf den Körper einwirkenden Kräften, ausgelenkt werden und ihrerseits eine Gegenkraft produzieren. Dieser Ansatz wurde auch schon in anderen Modellen verfolgt (siehe Übersicht in [Ols96]), wurde jedoch in der Art modifiziert, dass anstelle der Summation über eine Vielzahl kleiner Borsten, nur *eine* Borste betrachtet wird, welche den aggregierten Zustand aller Borsten beschreibt. Diese Borste verhält sich ähnlich einer mechanischen Feder und ihre Auslenkung wird folgend mit z bezeichnet. Sie stellt somit eine interne Variable

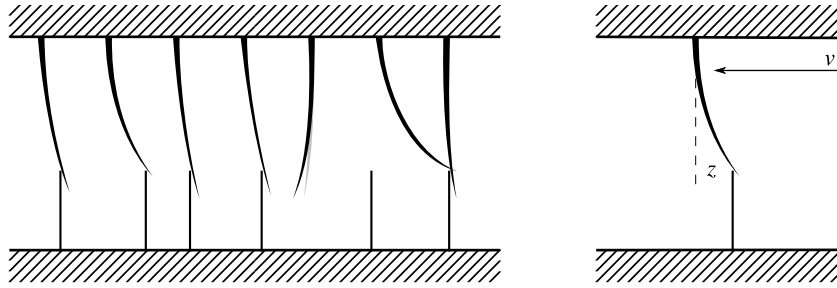


Abbildung 2.6: Reibung als Bewegung vieler kleiner Borsten (Abbildung links); LUGRE-Modell: Eine einzelne Borste repräsentiert den aggregierten Zustand aller Borsten (Abbildung rechts).

des dynamischen Systems dar. Das LUGRE-Modell ist folgendermaßen definiert:

$$\frac{dz}{dt} = \dot{z} = v - \frac{|v|}{g(v)} z \quad (2.5)$$

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1(v) \dot{z} + \sigma_2(v) \quad (2.6)$$

Die Reibkraft ist dann eine Funktion von v , z und \dot{z} .

Parameterwahl und die Funktionen $g(v)$, $\sigma_1(v)$ und $\sigma_2(v)$

Die Funktion $g(v)$ steuert den Übergang der Coulombreibung zur Haftreibung. Der Anstieg wird mittels der Exponentialfunktion (*Gaussian Peak*) modelliert.

$$g(v) = \frac{1}{\sigma_0} \left(F_C + (F_S - F_C) e^{-(v/v_s)^2} \right) \quad (2.7)$$

Die Funktion ist immer positiv und beschränkt zwischen $\frac{1}{\sigma_0} F_C$ und $\frac{1}{\sigma_0} F_S$, wobei sie nicht zwangsweise symmetrisch definiert sein muss. Die experimentellen Ergebnisse der Anwendung entscheiden dann darüber, ob die Reibung für Hin- und Rückweg unterschiedlich modelliert werden muss. In [Hil07] zum Beispiel ist ein experimenteller Krabbelroboter mit nur einem Freiheitsgrad vorgestellt, dessen Fähigkeit sich zu bewegen gerade erst durch die Richtungsabhängigkeit der Reibung funktioniert. In Abbildung 2.7 ist die Funktion für kleine Geschwindigkeiten zu sehen.

Die Gleichung 2.6 entspricht einer gedämpften Schwingungsgleichung mit der Federkonstanten σ_0 und der Dämpfungsfunktion $\sigma_1(v)$. Die Vorzugwahl der Federkonstanten ist im Intervall $\sigma_0 \approx [10^3, 10^5]$. Der Dämpfer ist wichtig und muss wohl definiert werden, damit sich das System entsprechend realistisch verhält. Die Funktion wird als

$$\sigma_1(v) = \sigma_1 e^{-(v/v_d)^2} \quad (2.8)$$

angegeben. Der Steuerparameter v_d regelt den Wirkungsbereich der Dämpfung in Abhängigkeit der Geschwindigkeit. Er beschränkt das Intervall um $v = 0$, für welche die Dämpfung aktiv ist. Für $v \gg v_d$ verschwindet der Dämpfungsterm.

Bei kleinen Geschwindigkeiten wird bedingt durch die Funktion $g(v)$ die Reibungskraft bis hin zur Haftreibung F_S angehoben. Damit das System nicht überschwingt wird hier besonders die Dämpfung verstärkt, damit es zu einem abrupten Stillstand kommt. Die Dämpfung

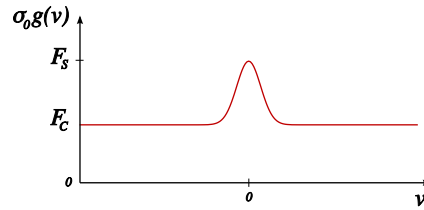


Abbildung 2.7: Die Funktion $g(v)$ regelt den Übergang zwischen Haft- und Coulombreibung. Die Funktion ist nicht notwendigerweise symmetrisch zu $v = 0$. Der kontinuierliche Übergang von F_C zu F_S wird mit Hilfe der Exponentialfunktion modelliert und über den Parameter v_S angepasst.

σ_1 sollte auf einen zur Federkonstante σ_0 passenden Wert eingestellt werden. [Ols96] empfiehlt eine relative Dämpfung von $\zeta = 1$ (kritische Dämpfung, siehe Abbildung 2.8):

$$\zeta = \frac{\sigma_1}{2\sqrt{\sigma_0 m}}$$

$$\sigma_1 = 2\sqrt{\sigma_0 m}$$

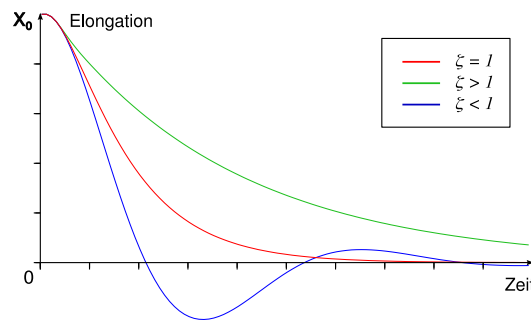


Abbildung 2.8: Verschiedene Dämpfungen eines schwingungsfähigen Systems, $\zeta = 1$ kritische Dämpfung; $\zeta < 1$ unterdämpft, System schwingt nach; $\zeta > 1$ überdämpft, System kriecht.

Die Funktion $\sigma_2(v)$ stellt den Anteil fluider Reibung dar und ist eine optionale Komponente. Sie wird analog der bereits oben vorgestellten Modellierung mit

$$\sigma_2(v) = F_v |v|^{\delta_v} \operatorname{sgn}(v) \quad (2.9)$$

definiert (allgemeiner Fall).

Zusammenfassend muss gesagt werden, dass die Komplexität des Modells viele Parameter zu Tage fördert, welche nicht oder nur sehr aufwendig experimentell bestimmt werden können. Einige Einschränkungen in der Parameterwahl können jedoch gemacht werden. Die Konstanten F_C , F_S und F_v bewegen sich in derselben Größenordnung wie ihre Stellvertreter in den klassischen Modellen und es gilt $F_S \geq F_C$. Das Vorzugsintervall für σ_0 ist angegeben

und somit ist auch σ_1 bestimmt. Die allgemeine Erfahrung zeigt, dass ein linearer bis quadratischer Zusammenhang für die fluide Reibung als ausreichend gilt und somit δ_v auf das Intervall $[1, 2]$ festgesetzt wird. Die Wahl von v_d und v_S fällt auf das halboffene Intervall $(0, v_{max}]$, jedoch ist für praktische Anwendungen eine untere Grenze zu nahe bei der Null nicht realisierbar und führt zu unrealistischen Ergebnissen, sodass das Intervall $[10^{-4}, v_{max}]$ angemessen erscheint.

Implementation und numerische Besonderheiten

Die vorgeschlagene Form des LUGRE-Modells ist hinsichtlich einer diskreten Implementation nicht optimal. Der naive Ansatz der Lösung mit dem *expliziten* EULER-Verfahren

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + hf(t_i, x_i) & (2.10) \\ \dot{x} &= f(t, x) ; x(t_0) = x_0 \\ t_i &= t_0 + ih ; i = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

schlägt relativ schnell fehl, wenn man die Schrittweite h nicht angemessen klein auswählt. Bei dem dynamischen System handelt es sich um eine sogenannte *steife* Differentialgleichung. Das problematische Verhalten äußert sich bei zu großem h in Form von unerwünschten Oszillationen bis hin zu schnell wachsenden Divergenzen.

Das *implizite* EULER-Verfahren würde Abhilfe schaffen, da es für alle $h > 0$ stets konvergiert und somit nur die gewünschte Genauigkeit der Berechnungen für die Wahl von h betrachtet werden muss. Im Gegensatz zu Gleichung 2.10 muss im Allgemeinen bei impliziten Verfahren die Ableitung an der Stelle x_{i+1} bestimmt werden, welche ja gerade berechnet werden soll. Es folgt die Definition des impliziten EULER-Verfahrens mit

$$x_{i+1} = x_i + hf(t_{i+1}, x_{i+1}). \quad (2.11)$$

Durch den Zuwachs an Stabilität kann man die Schrittweite h beliebig seinen Genauigkeitsvorstellungen anpassen oder ggf. auf eine Echtzeitfähigkeit trimmen. Die Stabilität des Verfahrens erkaufte man sich aber mit aufwendigen Rechnungen, da um den Wert x_{i+1} zu bestimmen ein Gleichungssystem gelöst werden muss. Für die Schätzung verwendet man in der Regel das NEWTON-Verfahren, wobei man die Ableitung der Funktion f benötigt. Bei einer 2-dimensionalen vektorwertigen Funktion muss dazu allerdings die Inverse der JACOBI-Matrix $J = \partial f / \partial x$ berechnet werden. Das NEWTON-Verfahren ist zudem iterativ, d. h. man muss bestimmen, wie tief maximal iteriert wird oder ab welcher Genauigkeit abgebrochen wird. Das macht das Verfahren für Echtzeit-Systeme evtl. unhandlich, da die Iterationstiefe je nach Anwendung stark variieren kann.

Eine andere Lösung dieser Problematik bietet [FRSJ06]. Eine dem ursprünglichen Modell gleichwertige Umformung macht es möglich, auf die numerische Lösung mittels EULER-Verfahren zu verzichten und stattdessen eine analytische Lösung für z zu verwenden. Dazu wird als erstes das System in Bezug auf die Federkonstante σ_0 umgeformt. Die *neue* interne Variable ist nunmehr $\sigma_0^{-1}z$. Das neue System lautet nun

$$\sigma_0^{-1}\dot{z} = v - \frac{|v|}{\tilde{g}(v)}z \quad (2.12)$$

mit der modifizierten $g(v)$ -Funktion

$$\tilde{g}(v) = F_C + (F_S - F_C)e^{-(v/v_S)^2} \quad (2.13)$$

und der resultierenden Reibkraft

$$\tilde{F} = z + \frac{\sigma_1(v)}{\sigma_0} \dot{z} + \sigma_2(v). \quad (2.14)$$

Durch diese erste Umformung wird erreicht, dass in Abhängigkeit von σ_0 die Größenordnungen der Zustandsvariablen z und v nicht zu weit auseinander gehen, was sich positiv auf die Rechengenauigkeit auswirkt [FRSJ06, Die06]. Im zweiten Schritt zerlegt man die Differentialgleichung 2.12 in die folgende Darstellung

$$\dot{z} = -a(t)z + b(t) \quad (2.15)$$

mit den Termen

$$a(t) = \frac{\sigma_0|v(t)|}{\tilde{g}(v(t))} \approx \frac{\sigma_0|v(nh)|}{\tilde{g}(v(nh))} = a_n \geq 0 \quad (2.16)$$

$$b(t) = \sigma_0 v(t) \approx \sigma_0 v(nh) = b_n. \quad (2.17)$$

Man erhält nun unter der Annahme, dass a und b während des n -ten Zeitschritts konstant sind, die Integration für den diskreten Zeitschritt n als

$$z_{n+1} = e^{-a_n h} z_n + \frac{(1 - e^{-a_n h}) b_n}{a_n}. \quad (2.18)$$

Wie in [Die06] beschrieben ist, muss die auftretende Singularität korrigiert werden, indem man, wenn $a_n = 0$ ist,

$$z_{n+1} = z_n + h b_n \quad (2.19)$$

setzt. Das Ergebnis dieser Anstrengung ist aber lohnenswert, da das Verfahren ähnlich wie das implizite EULER-Verfahren stets stabil ist [FRSJ06]. Zwar leidet die Genauigkeit und das realistische Verhalten unter einer zu großen Schrittweite h , aber die Werte divergieren nicht. Mit einer Schrittweite von $h \approx 10^{-4}$ bei den angegebenen Standardparametern sollte es numerisch keine Probleme geben.

Simulation ausgewählter Effekte

Folgend sind die Spezialfälle Abbremsen und Losreißen simuliert worden. Dazu wurde das Modell in der Numerik-Software SCILAB¹ nach der Verfahrensweise von [FRSJ06] implementiert. In den Abbildungen 2.9 und 2.10 ist das simulierte Verhalten eines bewegten Körpers unter Einfluss der Reibung im Bereich kleiner Geschwindigkeiten abgebildet.

Im ersten Fall befindet sich der Körper kurz vor dem Stillstand und man kann deutlich den Anstieg in der Reibung (Haftreibung) erkennen. Dadurch kommt der Körper ruckartig zum Stillstand. Im Zweiten Versuch wurde das Verhalten desselben Körpers in Ruhe untersucht, wenn dieser einer langsam ansteigenden Kraft ausgesetzt wird. Zunächst gibt es keine Beschleunigung, die aufgebrachte Kraft geht vollständig in den inneren Zustand z des Reibungsmodells über. Sie »spannt« die virtuelle Borste. Ab einer bestimmten Spannung beginnt der Körper sich zu bewegen. Es gibt allerdings schon vorher eine minimale Bewegung, das bereits erwähnte *pre-sliding displacement*.

¹SCILAB ist eine Software für die Anwendung der numerischen Mathematik – alternativ zu MATLAB oder OCTAVE. Es wird am *Institut national de recherche en informatique et en automatique* (INRIA) in Frankreich entwickelt. <http://www.scilab.org>

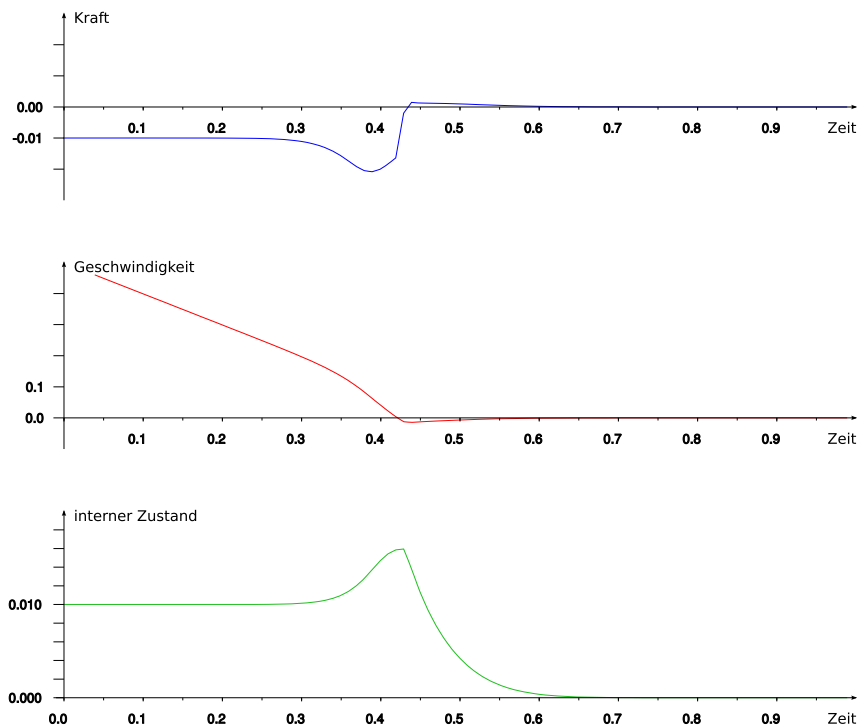


Abbildung 2.9: Simulation des Abbremsvorgangs. Es ist ein deutlicher Anstieg in der Reibung zu erkennen. Der Körper stoppt ruckartig.

2.2 Verformung

Die Untersuchung des Deformationsverhaltens des gesamten Motors kann beliebig fein zergliedert werden. Wie in Abschnitt 1.2 schon gezeigt verfügt ein handelsüblicher Servomotor über viele Einzelkomponenten. Allein das reale Verhalten eines Getriebes im Detail zu simulieren ist eine überaus komplizierte Aufgabe. Folgend wird, wie im Abschnitt zuvor, das gesamte Mehrkörper-System auf ein eindimensionales *Einkörper-System* reduziert. Dies ist nur eine grobe Annäherung an die Wirklichkeit. Jedoch ermöglicht diese Form der Betrachtung ein schlankes und übersichtliches Modell, dessen Implementation noch handlich und echtzeitfähig ist. Es wird also der aggregierte Verformungszustand, welcher sich aus vielen einzelnen Torsionen, Scherungen und Dehnungen zusammensetzt, als eine einzelne Dehnung modelliert.

2.2.1 Deformationsgesetze

Das Ersatzmodell ist klassischerweise ein Stab der (belastungsfreien) Länge l_0 . Unter Belastung wird der Stab gedehnt oder gestaucht und hat dann die Länge l . Demnach erfolgt die Definition der *Dehnung* als

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}. \quad (2.20)$$

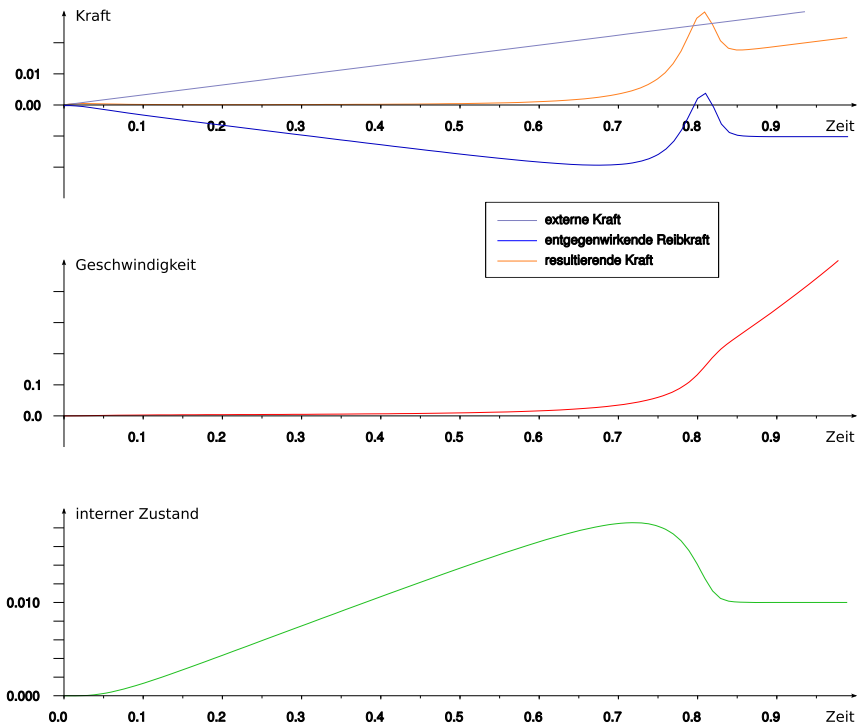


Abbildung 2.10: Simulation des Losreißens. Es wird eine stetig ansteigende äußere Kraft auf das System angewendet. Dabei nimmt der interne Zustand – ähnlich einer Elastizität – geringe äußere Kräfte sofort auf und bricht dann ab einer bestimmten Spannung vergleichsweise schnell durch.

Die Dehnung ist eine dimensionslose Größe und gibt die relative Verlängerung oder Verkürzung eines Körpers an. Die Ursache der Dehnung kann eine *Spannung* sein, welche durch Einwirken einer äußeren Kraft F auf eine Fläche A erzeugt wird. Die mechanische Spannung ist als

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.21)$$

definiert. Je nach Vorzeichen bezeichnet man sie auch als *Druck* oder *Zug*. Die Einheit ist demnach das Pascal ($1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$).

Bemerkung: In dem resultierenden Modell wird später in Abschnitt 3.2 die Dehnung als die Verdrehung zweier Winkel verstanden. Ihr wird also entgegen der Definition eine Einheit

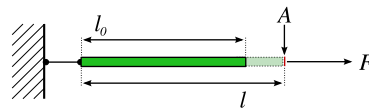


Abbildung 2.11: Ersatzmodell: Die eindimensionale Verformung eines Stabes.

zugewiesen. Um die Konsistenz aufrechtzuerhalten wird die Spannung einem Drehmoment gleichgesetzt, welches konsequenterweise der Verdrehung der Winkel entgegen zu wirken versucht.

Mechanische Analogiemodelle

Um Verformung zu klassifizieren und anschließend zu modellieren, bedient man sich sogenannter *mechanischer Analogiemodelle*. Das aus einfachen Elementen zusammengesetzte Modell kann dann mit einigen wenigen Parametern in recht guter Näherung das reale Stoffverhalten nachbilden.

Bei der Betrachtung von Verformung kommt man um das HOOKEsche Gesetz

$$\sigma_H = E\varepsilon \quad (2.22)$$

nicht herum. Angenommen wird eine vollständig *elastische* Verformung, welche instantan mit dem Krafteinfluss wirkt. E ist der Elastizitätsmodul (auch YOUNGScher Modul). Das HOOKEsche Element wird mit einer (idealen) Feder symbolisiert.

Ein weiterer Baustein, bei der Modellierung von elastoplastischem Materialverhalten ist das Element NEWTONscher Reibung, welches mit der Gleichung

$$\sigma_N = \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.23)$$

beschrieben wird. Wie bereits im Abschnitt 2.1 vorgestellt, handelt es sich hierbei schematisch gesehen um einen Dämpfer, welcher nur von der Geschwindigkeit der Ausdehnung abhängt. Aus diesen beiden Grundbausteinen können nun schon beliebig komplizierte Verformungsverhalten erzeugt werden. Diese besitzen relevante Eigenschaften, wie *fließen*, *kriechen* und *Relaxation*. Zur Synthese bedient man sich der Reihen- und Parallelverschaltung dieser Grundkörper. Bei einer Reihenschaltung ist die Spannung im Material überall identisch und die Dehnungen addieren sich

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_N \quad (2.24)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_N, \quad (2.25)$$

wohingegen analog dazu die Parallelverschaltung mit

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_N \quad (2.26)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = \varepsilon_N \quad (2.27)$$

angegeben wird.

Maxwell-Körper

Dieses Modell, nach dem schottischen Physiker James Clerk Maxwell, beschreibt in einfacher Weise ein elastisches Verhalten mit viskosem Fließen. Der MAXWELL-Körper ist eine Reihenschaltung aus einer idealen Feder und einem Dämpfer. Die Dynamik wird mit

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_H + \dot{\varepsilon}_N = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.28)$$

angeben. Ein MAXWELL-Körper beginnt nun unter steter Spannung zu fließen. Da bedingt durch den in Reihe geschalteten Dämpfer dieser Körper keinen *Anschlag* besitzt, kommt es zu bleibender plastischer Verformung. Weiterhin ist ein solches Material befähigt die mechanische Spannung abzubauen – zu *relaxieren* (siehe Abbildung 2.13). Die Zeit dafür kann mit der sogenannten Relaxationszeit $\tau = \frac{\eta}{E}$ angegeben werden.

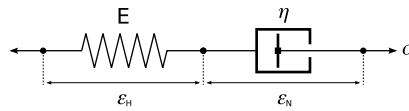


Abbildung 2.12: Der MAXWELL-Körper ist eine Reihenschaltung aus Feder und Dämpfer

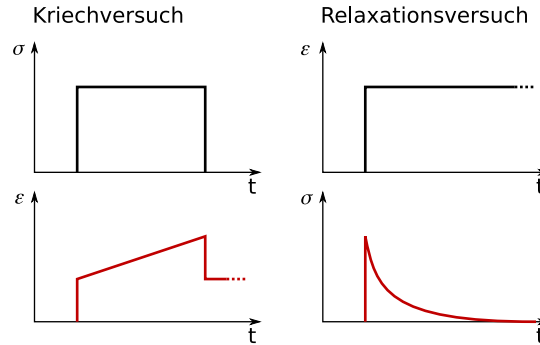


Abbildung 2.13: Der MAXWELL-Körper beschreibt das Verhalten von viskosen Materialien, wie z. B. zähen Flüssigkeiten. Bei Anwendung einer konstanten Kraft dehnt sich das Material unaufhörlich, d. h. es *fließt*, solange bis die Kraft nachlässt. Die Verformung bleibt dann erhalten. Dehnt man es dagegen sprunghaft, so kommt es zu einem steten Abbau der mechanischen Spannung im Material (Relaxation).

Kelvin-Voigt-Körper

Der KELVIN-VOIGT-Körper ist eine Parallelschaltung aus einer idealen Feder und einem Dämpfer. Das wohlbekannte Modell

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.29)$$

entspricht einer gedämpften Schwingung. Bei diesem Grundbaustein entsteht keine bleibende plastische Verformung. Allerdings wird durch die gedämpfte Feder Energie dissipiert und es tritt bei periodischer Be- und Entlastung eine Phasenverschiebung zwischen Erreger und Systemantwort auf. Bei un stetiger Belastung kann sich dieser Körper nicht sprunghaft ausdehnen. Stattdessen dehnt er sich immer langsamer werdend aus und *kriecht* somit bis zu seiner (bei dieser Spannung) maximal möglichen Ausdehnung.

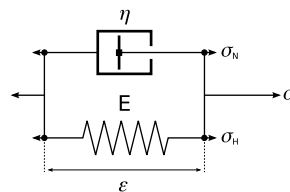


Abbildung 2.14: Der KELVIN-VOIGT-Körper ist eine Parallelschaltung aus Feder und Dämpfer

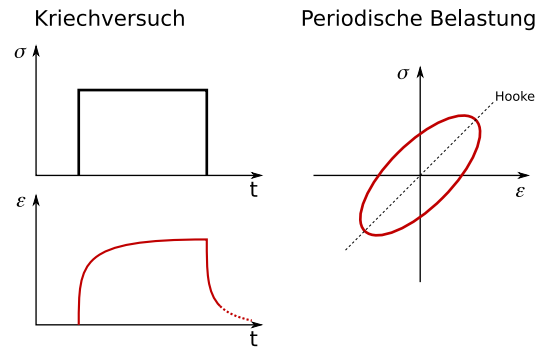


Abbildung 2.15: Der KELVIN-VOIGT-Körper verhält sich im Grunde wie eine gewöhnliche gedämpfte Feder. Die verzögerte Verformung ist vollständig reversibel. Bei Einwirken einer periodischen Kraft kann man eine Phasenverschiebung zwischen Erreger und Systemantwort beobachten.

Linearer Standardkörper

Der lineare Standardkörper [Bac83, Fun94] (auch POYNTING-Körper) ist ein Modell, welches die genannten elastischen und viskosen Eigenschaften zusammenfasst, abgesehen von der Möglichkeit sich dauerhaft zu verformen. Das Materialverhalten dieses Körpers wird als *viskoelastisch* beschrieben. Das ist genau das Verhalten, das man auch Polymeren² nachsagt [Ber07]. Der lineare Standardkörper ist somit eine gute Ausgangsbasis für die Modellierung der Getriebeverformung. Die Dynamik kann mit

$$\sigma + \frac{\eta}{E_1} \dot{\sigma} = E_0 \varepsilon + \eta \frac{E_1 + E_0}{E_1} \dot{\varepsilon} \quad (2.30)$$

angegeben werden. Die Herleitung dieser Differentialgleichung findet man im Anhang A. Analog zu der Darstellung als Parallelschaltung aus einem MAXWELLSchen und einem HOOKESchen Element, kann man diesen auch als Reihenschaltung aus einem KELVIN-VOIGT-Element und einem HOOKESchen Element betrachten. Beide Darstellungen sind äquivalent und können ineinander überführt werden (siehe ebenfalls Anhang A).

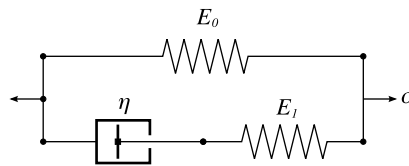


Abbildung 2.16: Der lineare Standardkörper ist eine Parallelschaltung aus einem MAXWELLSchen und einem HOOKESchen Element.

²Polymere sind Grundbestandteil von Kunststoffen. Bekannte Beispiele sind PE oder PVC.

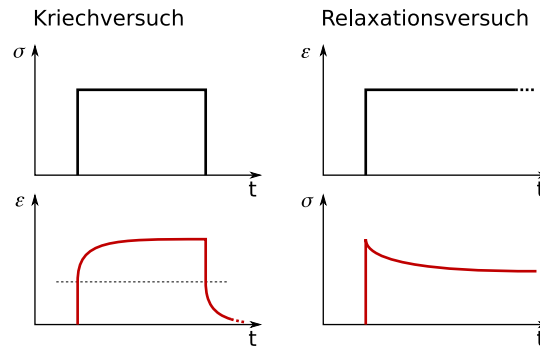


Abbildung 2.17: Linearer Standardkörper: Bei Anlegen einer mechanischen Spannung reagiert das Material teils instantan und teils durch *Kriechen*. Bei ruckartigem Dehnen erfolgt eine partielle Relaxation der Spannung, stagniert jedoch und wird nicht komplett relaxiert.

2.2.2 Generalisiertes Maxwell-Modell

Das generalisierte MAXWELL-Modell (auch WEICHERT-Modell) ist die Verallgemeinerung des linearen Standardkörpers und besteht aus einer Parallelschaltung von mehreren MAXWELL-Körpern, wobei meist die Dämpferkonstante $\eta_0 = 0$ gesetzt wird, damit es keine plastische Komponente gibt. Bei diesem Ansatz wird die Annahme getroffen, dass das Materialverhalten nicht nur eine Zeitkonstante τ hat, sondern ein Spektrum τ_i an verschiedenen Zeitkonstanten besitzt. Nicht selten gibt es verschiedene Relaxationsvorgänge in einem viskoelastischen Material. Reicht ein parametrisierter linearer Standardkörper nicht aus, um das Verformungsverhalten angemessen wiederzugeben, muss man das Modell um zusätzliche MAXWELL-Module erweitern. Die Ordnungszahl K gibt die Anzahl dieser Module an.

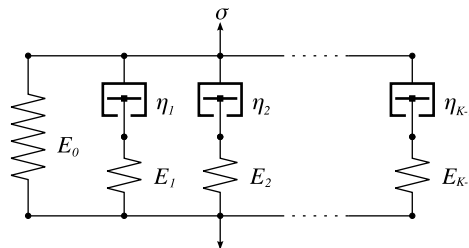


Abbildung 2.18: Das generalisierte Maxwell-Modell ist eine Parallelschaltung aus mehreren MAXWELLSchen Elementen, oft mit $\eta_0 = 0$. Es beschreibt ein Materialverhalten mit verschiedenen Zeitkonstanten.

Bei Parallelschaltung gilt $\sigma = \sigma_0 + \dots + \sigma_{K-1}$. Ausgehend von dem Zusammenhang $\sigma(\varepsilon)$ einer einzelnen MAXWELL-Komponente [Bac83], ergibt sich die *Spannung* in Abhängigkeit von der *Dehnung* beim verallgemeinerten Modell durch

$$\sigma(\varepsilon) = E_0 \varepsilon(t) + \sum_{k=1}^{K-1} E_k \left[\varepsilon(t) - \frac{E_k}{\eta_k} \int_{t_0}^t e^{-\frac{E_k}{\eta_k}(t-\bar{t})} \varepsilon(\bar{t}) d\bar{t} \right]. \quad (2.31)$$

Dieser kann auch mit Hilfe der LAPLACE-Transformation hergeleitet werden (siehe Anhang A), was ein mühsames Rechnen mit Differentialen und Integralen vereinfacht.

Als nächstes ist dieser kontinuierliche Zusammenhang zu diskretisieren. Man setzt dazu $t(0) = t_0$ und $\varepsilon(t_0) = 0$, d. h. man nimmt an, dass zu Beginn keine Verformung vorliegt und das Material völlig entspannt ist. Das diskrete Modell lautet dann

$$\sigma(n) = E_0 \varepsilon(n) + \sum_{k=1}^{K-1} E_k \left[\varepsilon(n) - \frac{E_k}{\eta_k} z_k(n) \right] \quad (2.32)$$

mit den Zustandsvariablen z_k , welche den Integralen der Verformung über die Zeit gleich einem Gedächtnis entsprechen. Diese werden in jedem Zeitschritt n iteriert.

$$z_k(n) = [z_k(n-1) + h \varepsilon(n)] e^{-\frac{E_k}{\eta_k} h} \quad (2.33)$$

Das Ausdehnungs- und Relaxationsverhalten ist dem des linearen Standardkörpers sehr ähnlich. Abbildung 3.2 im nächsten Kapitel zeigt das gemessene Dehnungsverhalten eines Polymers und dessen Approximation mit einem Modell zweiter Ordnung.

3 Messungen

In dieser Arbeit wird ein modellbasierter Ansatz verwendet, um den Motor zu beschreiben. Die zahlreichen Stellschrauben für die verwendeten Modelle sollten also nach ihrer Bestimmung eine physikalische Interpretation zulassen. Viele der Parameter werden mit Hilfe der künstlichen Evolution ermittelt. Um die Richtigkeit der gefundenen Lösung zu zeigen und den Raum für die Parametersuche einzugrenzen, werden einige leicht messbare Parameter mit einfachen Experimenten bestimmt.

3.1 Reibung

Das Phänomen Reibung ist einfach nachweisbar, jedoch umso schwieriger zu klassifizieren. Das ausgewählte LUGRE-Modell erfordert je nach Anwendung zwischen sechs und acht Stellschrauben. Die erforderlichen Experimente um diese Parameter messtechnisch zu bestimmen, würden viel Zeit in Anspruch nehmen und aufwendige Testszenarien benötigen. Da es sich um ein dynamisches Reibungsmodell handelt, würden Tests mit konstanter Winkelgeschwindigkeit nicht ausreichen.

Allenfalls die Haftreibung F_S kann ermittelt werden und dazu bieten sich zwei Experimente an. Die erste Variante ist, ein sehr langsam linear ansteigendes Drehmoment anzusteuern und zu beobachten, ab wann der Motor das *Durchbruchmoment* erreicht und mit der Bewegung beginnt bzw. ein langsam absteigendes Drehmoment und man beobachtet wann er die Bewegung stoppt.

Bei der zweiten Variante ist ein Pendelarm in der Vertikalen zu montieren und feinfühlig manuell der Arm bis zu dem Winkel auszulenken, bei dem rücktreibendes Moment und (Haft-)Reibmoment sich geradewegs aufheben. Aus der Winkelposition kann dann auf das rücktreibende Moment geschlossen und somit die Haftreibung angenähert werden.

Beide Versuche wurden durchgeführt und haben sowohl unterschiedliche mögliche Messfehler als auch leicht unterschiedliche Ergebnisse. Im ersten Versuch muss die Annahme gemacht werden, dass der angesteuerte Tastgrad auch linear auf das wirkende Drehmoment abgebildet wird. Im zweiten Versuch ist man auf die Messgenauigkeit¹ des Winkelgebers von $0,35^\circ$ beschränkt. Durch die Verformungseffekte innerhalb des Getriebes wird der genaue Winkel allerdings minimal verfälscht und somit auch der Wert für F_S . Die ermittelten Werte liegen beim ersten Versuch bei $0,14\text{ Nm}$ und beim zweiten bei $0,09\text{ Nm}$. Damit ist die Größenordnung zwar schon einmal gesichert, der genaue Wert scheint darüber hinaus jedoch zu streuen und ist (fertigungsbedingt) minimal positionsabhängig. Diese variiert je nach Zahnkranssymmetrie, externen Querkräften, sowie der Verteilung von Getriebe-Abrieb und Schmierstoffen. Die Temperatur könnte ebenfalls zur Streuung beigetragen haben. Sicher ist, dass bisher nicht präzise gesagt werden kann, wann wirklich die Haftreibung »zuschnappt«.

¹Angabe der Winkelauflösung aus dem Datenblatt

3.2 Deformation

Für die Messung der Verformung werden einige Annahmen gemacht:

Nur das Getriebe verformt sich. Das gesamte Gehäuse des Servomotors besteht aus Kunststoff, welcher sich, je nach Art der Befestigung, mehr oder minder verformen kann. Ein Einfluss auf das Innenleben ist zwar denkbar, muss aber vernachlässigt werden. Es wird nur die Verformung betrachtet, welche in Richtung der Drehbewegung wirkt. Alle externen Querkräfte die möglicherweise Einfluss haben werden vernachlässigt.

Die Verformung ist rein elastisch und reversibel. Langzeitbelastungen mit üblichen Drehmomenten haben keine plastischen Verformungen produzieren können. Dauerhafte sehr starke Momente würden eine Materialschwächung erzeugen oder zum Brechen bzw. Zerreißen führen. Grenzwerte sind aber nicht bekannt und genaue Materialdaten zu dem verwendeten Kunststoff liegen nicht vor. Der Hersteller war nicht bereit Datenblätter zu stellen oder den Typ des Kunststoffes preis zugeben.

Die memorierte Verformung ist zu Beginn null. Das heißt im Ausgangszustand ist das Getriebe völlig entspannt. Das macht es schwierig das nachweislich vorhandene geringe Getriebespiel auszuschließen. Dazu müsste das Getriebe vor einer Messung auf Anschlag gebracht werden, was der Annahme widerspricht. Wie bei der Messung in Abbildung 3.2 zu sehen ist, bleibt eine kleine (reversible) Restverformung übrig, welche anscheinend unabhängig von der vorhergehenden Belastung ist. Daraus wird die Annahme getroffen, dass es sich dabei um das Getriebespiel handelt. Die Größenordnung liegt bei ca. 0.5° , streut je nach Abnutzungsgrad und wird aber vernachlässigt, da es vergleichsweise gering ist.

Die Verformung ist vorerst von der Temperatur unabhängig. Prinzipiell kann mit Hilfe des internen Temperatursensors eine Abhängigkeit modelliert werden, erfordert aber genaue Kennlinien für das zugrundeliegende Polymer. Die Reibung hat auch keinen Einfluss auf die Messung der Verformung. Diese Annahme ist zwar in keinem Fall praktisch realisierbar – muss aber getroffen werden.

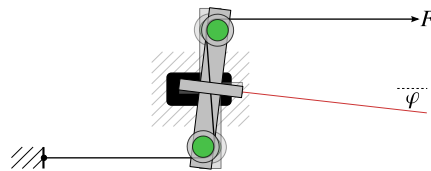


Abbildung 3.1: Testaufbau für die Messung der Verformung eines Getriebes.

Messaufbau

Bei der Konstruktion der Messvorrichtung muss viel Wert darauf gelegt werden, dass auf den Servomotor nur das gewünschte Drehmoment wirkt. Sämtliche Querkräfte sollten wenn möglich ausgeschlossen werden. Eine schematische Darstellung des Aufbaus ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Zur Messung ist ein Servo horizontal auf einer festen Unterlage aufgebracht. Der Motor ist antriebsseitig fixiert, sodass nur die Verformung des Getriebes gemessen wird. Am Abtrieb des Servos ist ein Hebelarm befestigt an dessen Enden kugelgelagerte Rollen montiert sind. Über diese wird mittels eines Fadens eine gerichtete Kraft F auf den Hebelarm übertragen, wodurch ein Drehmoment auf die Welle wirkt. Die idealerweise sprunghaft aufzubringende Kraft wird durch ein der Schwerkraft überlassenes Gewicht realisiert. Die

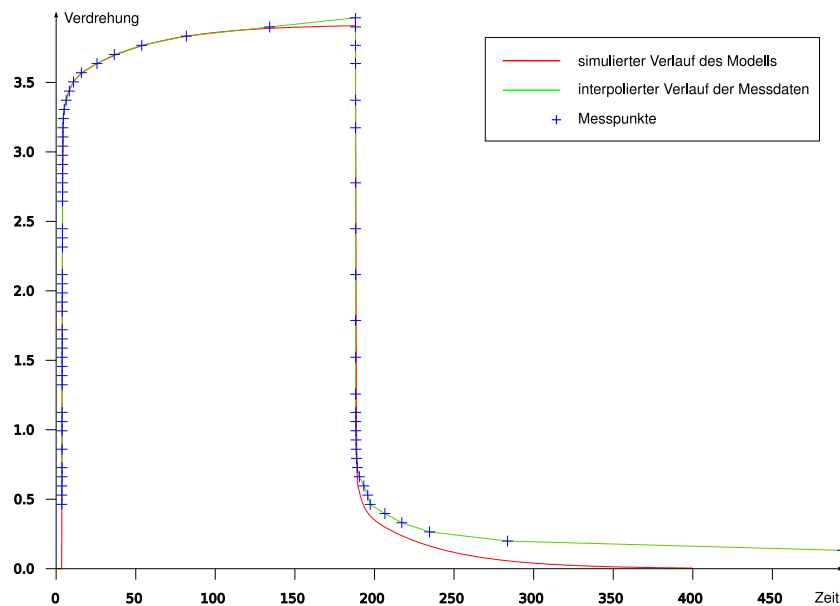


Abbildung 3.2: Messung der Getriebeverformung. Das Getriebe wurde über ca. 3 Minuten mit 0.5 Nm belastet und die resultierende Verdrehung gemessen. Danach konnte das Getriebe sich wieder entspannen. In Abbildung 3.3 ist eine vergrößerte Ansicht gezeigt, welche den Kurzzeitbereich besonders hervorhebt. Nach etwas mehr als 2 Minuten stellt sich ein leichter Fehler ein, der aber stets unter dem eigentlichen Wert ist. In der Abbildung ist ebenfalls das Getriebeispiel als zurückbleibende Restverformung zu erkennen. Das Spiel liegt hier bei unter 0.25° , weshalb auf eine Modellierung verzichtet wurde.

durch die Verformung zu messende Verdrehung wird mit einem *externen* Winkelgeber registriert. In Abbildung 3.2 ist das Ergebnis der Messung zu sehen. Es zeigt sich deutlich das viskoelastische Materialverhalten, wie bereits in Abschnitt 2.2.1 angedeutet.

Fazit

Da die Deformations-Tests sehr aufwendig sind, wurden bisher keine Streuversuche durchgeführt. Die Getriebe sind aber bis auf eventuelle Fertigungsfehler baugleich und entscheidend für die Parameter des Deformationsmodells ist nur die Charakteristik des Kunststoffes. Bei der Interpretation der Messdaten muss beachtet werden, dass sich die physikalischen Eigenschaften gegenseitig beeinflussen. Eine Trennung, beispielsweise von den durch Reibung hervorgerufenen Effekten, ist nur bedingt möglich.

Ein weiteres Manko ist die Position des Servo-internen Winkelgebers. Dieser liegt, wie in Abschnitt 1.2 beschrieben, an der letzten Welle, aber auf der dem Abtrieb abgewandten Seite. Dadurch ist es dem Winkelgeber nicht erlaubt die Verformung auf der letzten Welle zu detektieren. Alle experimentellen Winkelmessungen zur Deformation wurden daher extern durchgeführt. Ein bisher ausstehendes Experiment wird den Zusammenhang zwischen internem und externem Winkelgeber zeigen. Prinzipiell muss mit einer Modellerweiterung gerechnet werden.

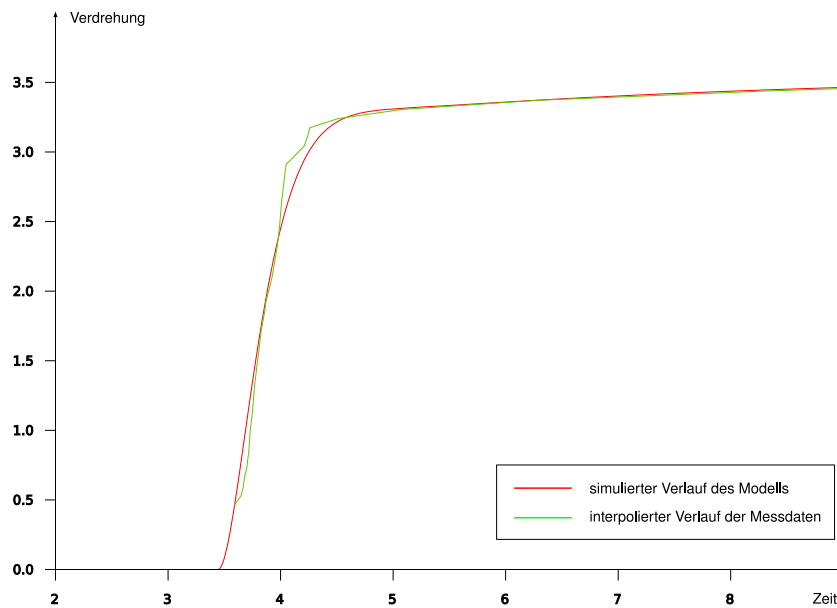


Abbildung 3.3: Messung der Getriebeverformung im Kurzzeitbereich. Das Modell wurde daraufhin optimiert besonders im Reaktionsbereich gut zu arbeiten.

Vergleich Metallgetriebe, Kunststoffgetriebe

Vergleicht man die Eigenschaften von preiswerten Servomotoren mit Metall- bzw. Kunststoffgetrieben, so fallen zwei wesentliche Unterschiede auf. Einerseits ist die Verformung bei Metallgetrieben deutlich geringer, sogar teils vernachlässigbar. Andererseits ist das Getriebe deutlicher zu spüren und bedingt durch das Material sind die Anschläge nach verlassen der Totzone härter. Durch die fehlende Elastizität sind winkelbasierte Steuerungen allerdings regelungstechnisch einfacher zu beherrschen und Metall ist oft deutlich robuster und langlebiger.

Allerdings geht damit für Laufmaschinen ein wesentlicher Vorteil verloren. In beinbasierten Antriebssystemen kommt es nicht selten vor, dass diese hart aufsetzen müssen, wenn der Untergrund unstrukturiert oder brüchig ist. Die erforderliche gedämpfte Elastizität ist nicht vorhanden und muss zusätzlich erzeugt werden. Weiterhin besteht bei einem elastischen Gelenk die Möglichkeit, die Energie in Form von potentieller Energie in der Elastizität zu speichern. Es ist somit ein bevorteilter Antrieb denkbar, der die Bewegungsenergie beim Auftreten nicht dissipiert sondern im Gelenk solange speichert, bis sie beim Abheben wieder freigegeben wird.

Parameterbestimmung

Die Parameter des Deformationsmodells lassen sich in zwei Kategorien einteilen. Federkonstanten E_k und Dämpferkonstanten η_k . Das Modell selbst wird, wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, in Feder-Dämpfer-Modulen gruppiert, wobei es auch ein ungedämpftes Instantanmodul E_0 besitzt. Die Anzahl der Feder-Dämpfer-Module gibt die Ordnung an. Um die Berechnungen gering zu halten wurde von einem reduzierten Modell mit Ordnung $K \leq 3$ ausgegangen. Wie sich später zeigt, reicht ein Modell zweiter Ordnung aus.

Die Parameter E_0 und $E_{1\dots K}$ sowie $\eta_{1\dots K}$ können für erste Versuche hinreichend genau per Hand bestimmt werden. Allerdings kann dies bei einem Modell der Ordnung zwei schon recht lange dauern und ist entsprechend unpräzise. Die künstliche Evolution hilft auch hier weiter.

Parameter	Wert	Interpretation
E_0	6,352	Instantanmodul, entspricht der Sofortwirkung
E_1	16,561	starkes Kurzzeitmodul und kleine Zeitkonstante, wichtig für korrekte Dynamik
η_1	1,341	
E_2	1,072	schwächeres Langzeitmodul und große Zeitkonstante, lange Nachwirkzeit, wichtig für lange Belastungsphasen
η_2	32,598	

Tabelle 3.1: Die Parameter des Deformationsmodells. Um diese zu ermitteln wurde der Messaufbau simuliert und die Parameter per künstliche Evolution gefunden. Das abgebildete Individuum hatte die besten Ergebnisse beim Versuch, die Messreihe mit der Simulation in Übereinstimmung zu bringen.

In dem beschriebenen Versuch wurde der Zusammenhang zwischen Dehnung und Belastung als $\varepsilon(\sigma)$ gemessen, d. h. die Dehnung in Abhängigkeit der Belastung. Für die Simulation wird aber das invertierte Modell $\sigma(\varepsilon)$ benötigt. Für den linearen Standardkörper kann das Modell mit bekannten Parametern leicht aus der einen in die andere Darstellung überführt werden. Für Modelle mit höherer Ordnung ergibt sich hierbei eine aufwendige Prozedur, welche in [Bac83] beschrieben ist. Außerdem ist es wünschenswert die Genauigkeit des Modells nach belieben in der Ordnung K anzupassen, d. h. die Anzahl der Feder-Dämpfer-Module aufstocken zu können und somit ein skalierbares Modell zu haben.

Um die gewünschte Skalierbarkeit beizubehalten und trotzdem den Aufwand gering zu halten, schlage ich eine indirekte Methode vor. Für die Messung wurde der Motor fixiert. Das bedeutet, dass der Hebelarm über die Elastizität – also das Deformationsmodell – an eine symbolische Wand gekoppelt ist (siehe Abbildung 3.4). Dieser im Experiment verwendete Hebelarm kann somit auf einfache Weise simuliert werden. Man benötigt dafür lediglich Parameter für Trägheitsmoment J_{Hebel} und eine einfache Dämpfung β .

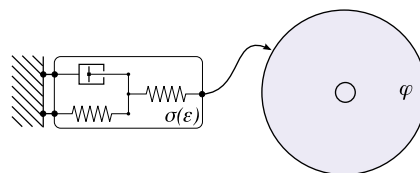


Abbildung 3.4: Modellbeschreibung zur Evolution der Deformationsparameter.

Simulationsablauf

Auf den Hebelarm wird die Kraft gegeben. Das wirkende Drehmoment führt zur Verdrehung des Hebelarms, welcher die Elastizität entgegen zu wirken versucht. Da die Winkelposition der Wand stets null ist, ergibt sich die Verdrehung, also die Dehnung, aus dem Winkel $\varepsilon = \theta - \varphi = \varphi$ des Hebelarms. Nun wird mittels eines zufällig parametrisierten Modells $\sigma(\varepsilon)$ das Dehnungsmoment aus der Verdrehung berechnet und, zusätzlich zu der extern einwirkenden Kraft und einem geschwindigkeitsabhängigen Dämpfungsmoment $D = \beta\omega$, auf den virtuellen Hebelarm gegeben. Aus dem gesamten Drehmoment wird nun mittels zweifacher Ausführung des expliziten EULER-Verfahrens wieder die aktuelle Winkelposition φ bestimmt. Um die Güte des zufällig parametrisierten Modells zu testen wird die Winkel-Trajektorie der Simulation mit den Messdaten verglichen und der euklidische Abstand der beiden als Fitnessfunktion verwendet.

Die Umgebung für die künstliche Evolution wurde hierfür auf einfachste Weise in der Programmiersprache C++ implementiert. Die Parameter des besten Individuums sind in Tabelle 3.1 eingetragen.

3.3 Spannung & Stromaufnahme

Wie eingangs erwähnt, werden in dieser Betrachtung die elektrischen Eigenschaften weitgehend vernachlässigt. Die Phänomene Reibung und Deformation kann man als hinreichend unabhängig von den elektrischen Eigenschaften betrachten. Die einzige abhängige Komponente ist das Drehmoment. Die Interaktion aller Motoren eines Roboters über die gemeinsame Versorgungsleitung muss demzufolge noch eingehend untersucht werden. Es ist davon auszugehen, dass erhebliche Leistungseinbrüche zu erwarten sind, wenn mehrere Motoren gleichzeitig aktiv sind. Bei starker Motor-Belastung, z. B. beim Anlaufen oder beim Halten starker Drehmomente, steigt die Stromaufnahme und die Spannung fällt ab. Für den in Abschnitt 3.4 beschriebenen Versuch wurden die Spannung und der Strom über die Zeit protokolliert. An der Abbildung 3.5 kann man den typischen Spannungseinbruch unter Last ablesen.

Für alle Versuche wurde eine Versorgungsspannung von 12 V (DC) als gegeben angenommen. Die autonome Energieversorgung eines A-Serie-Roboters über drei Lithium-Polymer-Akkumulatoren liefert unmittelbar nach dem Laden eine Spannung von $3 \cdot 4,1 \text{ V} = 12,3 \text{ V}$ und nach wenigen Minuten erreicht der Akku seine Nennspannung von $3,7 \text{ V}$. Bei einer Aufstehbewegung, bei der viele Motoren aktiv sind und teilweise maximale Drehmomente liefern müssen, sinkt die Spannung kurzzeitig sogar bis unter 7 V . Die untere Entladungsgrenze, der von uns verwendeten Akkumulatoren ist jeweils $3,0 \text{ V}$. Darunter droht Tiefentladung, was zur Zerstörung des Akkumulators führt. Biologisch sind diese Effekte als Schwächung zu interpretieren. Es sollte einer adaptiven Steuerung überlassen bleiben diese Systemeigenschaften zu handhaben. Solch eine Steuerung müsste also auch mit Spannungen von knapp 9 V zurechtkommen, was einem erschöpften Zustand entspricht. Da die Motoren, wie in Abschnitt 1.2 beschrieben, durch eine Pulsweiten-modulierte Gleichspannung mit einem entsprechenden Tastgrad angesteuert werden, wirkt sich eine absinkende Spannung direkt auf das maximal aufzubringende Drehmoment aus.

Aus dem Anlaufversuch können verschiedene Kenndaten entnommen werden. So beträgt beispielsweise der Ruhestrom $I_{rest} \approx 50 \text{ mA}$, die Stromaufnahme unter Leerlauf $I_{no-load} \approx 100 \text{ mA}$ und die Stromaufnahme bei Anlauf des Motors beträgt $I_{stall} \approx 750 \text{ mA}$.

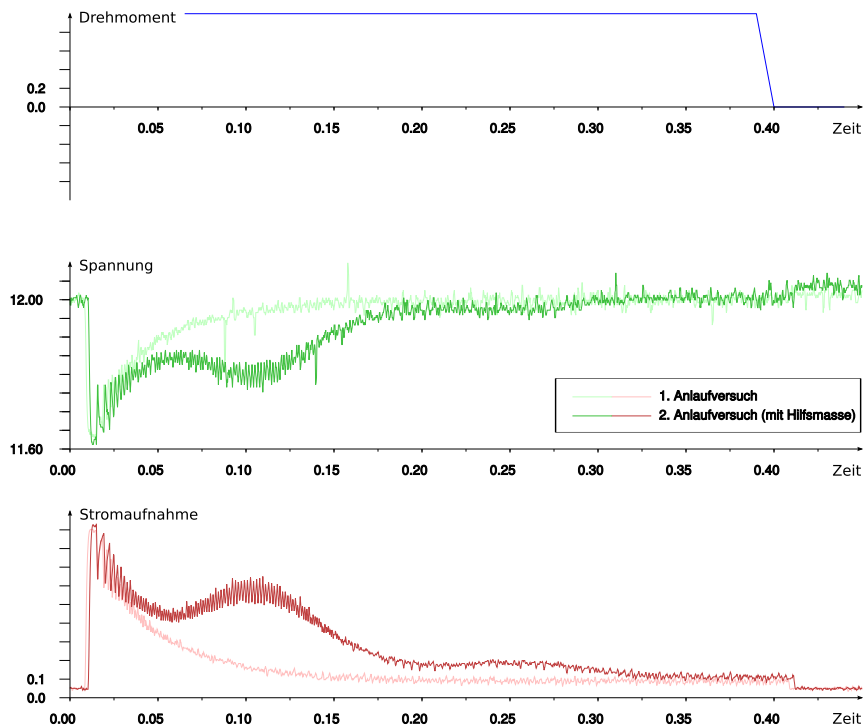


Abbildung 3.5: Strom- und Spannungsverlauf eines Anlaufversuchs mit und ohne Hilfsmasse. Aus der Abbildung können Ruhe-, Leerlauf- und Anlaufstrom direkt abgelesen werden.

3.4 Trägheitsmoment

Das gesamte Motormodell arbeitet, wie in Abschnitt 4.2.1 beschrieben wird, mit einer Schwungmasse, welche den internen Zustand des Servos beschreibt. Dies entspricht der Trägheit aller zu drehenden Teile des Servos und erfordert die Angabe eines Trägheitsmoments J , welches zu bestimmen ist. Üblicherweise ist aus den Datenblättern von Elektromotoren das Rotorträgheitsmoment bekannt und mit der Kenntnis über die Getriebeübersetzung (im Quadrat) kann man näherungsweise auf das gesamte Trägheitsmoment der rotierenden Servo-Bestandteile schließen. Aus den Datenblättern des DYNAMIXEL AX-12 bzw. des im Servosystem verwendeten DC-Motors ist das Trägheitsmoment leider nicht bekannt. Da der Hersteller auch hier nicht bereit war, diese Information zur Verfügung zu stellen, musste ein Verfahren gefunden werden, um das Trägheitsmoment experimentell zu bestimmen.

Um den *blackbox*-Ansatz nicht zu verletzen wurde das Gesamt-Trägheitsmoment, also von Rotor und Getriebe im zusammengesetzten Zustand betrachtet.

Messung von Trägheitsmomenten

Ein übliches Verfahren [RN96] um schwer berechenbare Trägheitsmomente zu bestimmen ist die indirekte Messung mit einer Hilfsmasse. Es wird ein unbelasteter Anlaufversuch gemacht und die Zeit T_{a_1} gemessen, die benötigt wird, bis der Motor seine maximale Geschwindigkeit

erreicht hat. Um das Erreichen dieser Grenzgeschwindigkeit ω_{max} zu bestimmen, muss die Drehzahl oder der Strom überwacht werden. Da durch die Getriebeübersetzung der Abtrieb des Servos eine vergleichsweise geringe Winkelgeschwindigkeit hat, muss hier die Stromaufnahme I über die Zeit t beobachtet werden. Wenn die Stromaufnahme sich nach dem Anlauf wieder konstant eingestellt hat, ist die maximale Drehzahl erreicht. Im zweiten Versuch wird am Abtrieb eine Hilfsmasse mit bekanntem Trägheitsmoment J_h aufgebracht und ebenfalls die Zeit T_{a_2} bis zum Erreichen der neuen Grenzgeschwindigkeit gemessen. Die Verläufe von Spannung und Strom des beschriebenen Versuchs sind in Abbildung 3.5 abgebildet. Für diesen Versuch wurde wieder ein Aluminiumquader verwendet. Die zugehörige Berechnung für J_h ist im mathematischen Anhang zu finden. Hat man beide Anlaufzeiten ermittelt und macht die Annahme, dass in beiden Versuchen das mittlere Beschleunigungsmoment gleich ist, so ergibt sich das unbekannte Trägheitsmoment näherungsweise durch

$$J = J_h \frac{T_{a_1}}{T_{a_2} - T_{a_1}}. \quad (3.1)$$

Um eine merkliche Spreizung der Anlaufzeiten zu erreichen, muss eine entsprechend große Drehmasse aufgebracht werden. Durch diese werden wiederum die elastischen Effekte sichtbar, was das Ablesen der Anlaufzeit mit Hilfsmasse erschwert. Das Verfahren eignet sich somit bei elastischen Getrieben nur bedingt. Als Abschätzung der Größenordnung ist der errechnete Wert aber durchaus zu gebrauchen. Konsequenterweise wurde demnach der Parameter J auch der evolutionären Parameterschätzung überlassen. Es hat sich herausgestellt, dass die Größenordnung richtig ist und der Wert nur geringfügig abweicht.

3.5 Haltedrehmoment

Bei steigender Drehzahl sinkt das anwendbare Drehmoment, da drehzahlabhängige Kräfte wie z. B. Reibung und die vom Motor induzierte Gegenspannung einer weiteren Beschleunigung entgegenwirken und sich somit eine Grenzgeschwindigkeit einstellt. Die maximale Drehzahl wird mit N_{max} oder in Form der Winkelgeschwindigkeit $\omega_{max} = 2\pi N_{max}$ angegeben. Wie in Abbildung 3.6 zu sehen ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Drehzahl, Drehmoment und Wirkungsgrad. Bedingt durch die Reibungsverluste ergibt sich der charakteristische Verlauf der Wirkungsgradkurve und es schält sich ein Bereich optimaler Nutzung heraus. Es ist daher für eine energetisch günstige Steuerung notwendig, den Motor in diesem Bereich zu betreiben. Das Motormodell sollte demnach dort besonders gute Resultate liefern.

Das maximale Drehmoment M_{max} , welches der Motor aufzubringen vermag, ist das sogenannte Haltedrehmoment. Das im Datenblatt des Servos angegebene Haltedrehmoment (*stall torque*) von 1,62 Nm bei 10 V konnte mit der Hilfe des in Abbildung 3.7 gezeigten Motoren-Teststandes verifiziert werden. Die Bestimmung des endgültig verwendeten Haltedrehmoments wurde ebenfalls als Parameter der künstlichen Evolution überlassen.

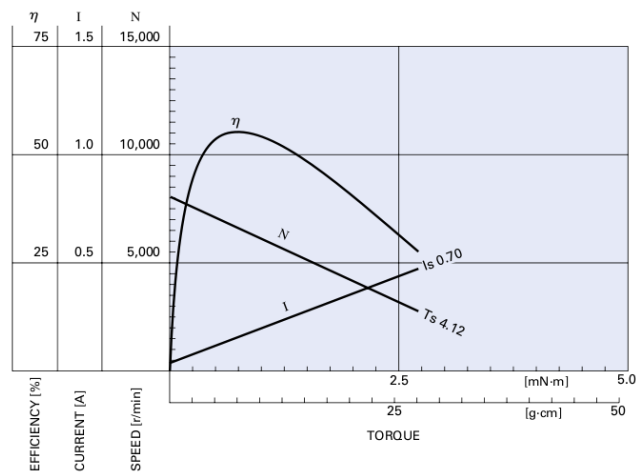


Abbildung 3.6: Auszug aus dem Datenblatt des DC-Motors RF-130CH-12250 von MABUCHI. Zu sehen sind die Kennlinien für Drehzahl, Strom und Wirkungsgrad des im DYNAMIXEL AX-12 verbauten Motors bei 6 V.

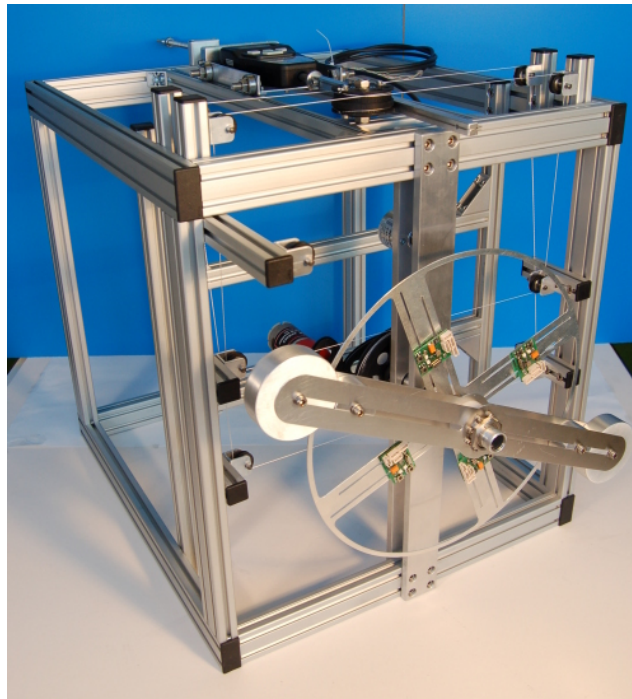


Abbildung 3.7: Ein Teststand zur Exploration und Verifikation von Motorparametern. Dieser von Torsten Siedel an der Humboldt-Universität zu Berlin konstruierte Motorenteststand kann verschiedenste Antriebe aufnehmen und durch unterschiedliche Sensoren (z. B. Winkel, Drehmoment, Radial- und Tangentialbeschleunigung) auswerten.

4 Simulation

4.1 Simulationsumgebung: Breve

Für die Simulation des Motormodells wurde die Simulationsumgebung BREVE [Kle02] ausgewählt. Sie stellt eine 3-dimensionale physikalische Festkörper-Dynamik zur Verfügung, visualisiert durch OpenGL. Breve ist eine anwendungsorientierte Simulationssoftware, interpretiert PYTHON und eine eigens dafür entwickelte Skriptsprache mit vergleichsweise einfacher Syntax und bietet viele Programmbeispiele, was den Einstieg beschleunigt. Weiterhin gibt es viele vorbereitete Klassen, z. B. für künstliche Evolution. Diese können als Grundgerüst für eine eigene Implementation verwendet werden. Für isolierte Einzelexperimente ist BREVE ausgesprochen gut geeignet. Wegen der vergleichsweise langsamen Ausführungsgeschwindigkeit, ist es für aufwendige Simulationen vielgliedriger Laufmaschinen oder für die Evolution von Bewegungen, wie in [Hei07], allerdings ungeeignet. Für solche Anwendungszwecke empfiehlt sich die Implementation einer zugeschnittenen Lösung unter Verwendung einer gängigen Physikbibliothek, wie ODE¹ oder IBDS² [Ben07].

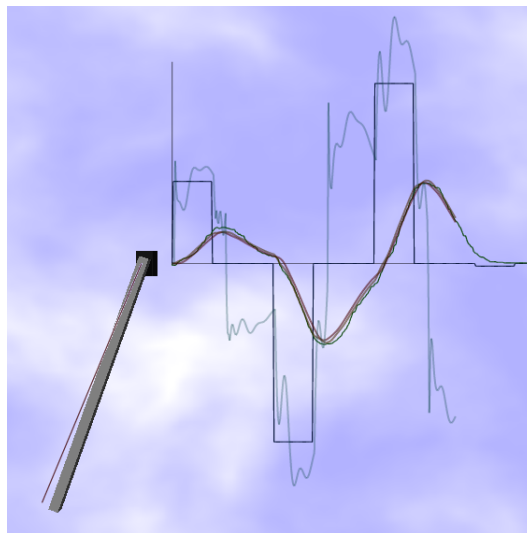


Abbildung 4.1: Die Motorsimulation mit BREVE. Die Abbildung zeigt einen simulierten Servomotor (schwarze Box), an den ein Pendelarm montiert ist. Die feine Linie am Pendelarm zeigt die interne Verdrehung des elastischen Getriebes.

¹Open Dynamics Engine

²Impulsbasierte Dynamiksimulation

4.2 Implementation

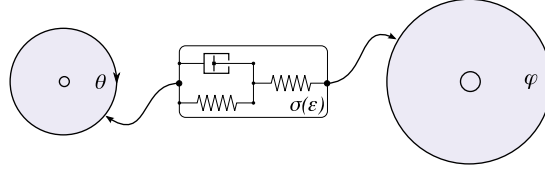


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des Gesamtmodells. Die einzige Kopplung zwischen dem internen, angetriebenen Zustand und dem Abtrieb des Servos bildet das Deformationsmodell.

4.2.1 Algorithmusbeschreibung

Äußerer Zustand

Der Abtrieb des Motors (äußerer Zustand) ist als einfaches Drehgelenk mit einem Freiheitsgrad implementiert. Auf ihn wirken, durch die Simulationsumgebung gesteuert, Drehmomente, bedingt durch Kollisionen und Schwerkraft. In jedem Zeitschritt n (Schrittweite h) wird von der Umgebung der aktuelle Winkel φ des Gelenks und seine Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi}$ abgefragt.

Innerer Zustand

Der innere Zustand des Motors (Schwungrad) wird durch den Winkel θ , seine Rotationsgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ und das Trägheitsmoment J beschrieben. Dieser innere Zustand wird in jedem Zeitschritt mittels zweifacher Ausführung des expliziten EULER-Verfahrens iteriert.

$$\dot{\theta}_{n+h} = \dot{\theta}_n + \ddot{\theta} \cdot h$$

$$\theta_{n+h} = \theta_n + \dot{\theta} \cdot h$$

Mit Hilfe des LUGRE-Modells wird nun das Reibmoment $M_{Reib}(\dot{\theta})$ auf Grundlage der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ berechnet. Die Dehnung des Getriebes wird aus der Winkeldifferenz $\varepsilon = \theta - \varphi$ ermittelt und das dadurch erzeugte Spannungsmoment wird dann nach dem Deformationsmodell $\sigma(\varepsilon)$ berechnet.

Das im nächsten Zeitschritt auf den inneren Zustand wirkende gesamte Beschleunigungsmoment ergibt sich demnach aus

$$M = M_{Soll} - \sigma(\varepsilon) - M_{Reib}(\dot{\theta}),$$

$$\ddot{\theta} = \frac{M}{J},$$

wobei M_{Soll} das intendierte Drehmoment ist. Weil das Spannungsmoment auf beide Zustände wirkt (*actio = reactio*), stellt dieses die Kopplung dar, welche den inneren mit dem

äußeren Zustand verbindet und umgekehrt. Zuletzt muss also noch das Spannungsmoment, mittels einer Umgebungsfunktion auf das Drehgelenk angewendet werden.

Bemerkung: Damit ist ersichtlich, dass das Modell unabhängig von der Simulationsumgebung ist, insofern diese ein Drehgelenk bereitstellen kann, dessen Winkel und Winkelgeschwindigkeit ausgelesen werden können und auf das ein Drehmoment angewendet werden kann. Die Berechnungen dazwischen sind ebenfalls in jeder gängigen Programmiersprache zu bewerkstelligen.

Laufzeit

Damit das Modell in aufwendigen Simulationen von Laufmaschinen mit vielen Freiheitsgraden einen Sinn ergibt, muss sich der Berechnungsaufwand deutlich in Grenzen halten. Das Verfahren, verschiedene Bereiche des Servomotors als *blackbox* – also rein phänomenologisch – zu betrachten, ist rechentechnisch enorm sparsam. Die Komplexität kann mit $O(1)$ angegeben werden. Allerdings ist es ebenfalls notwendig die Integrationsschrittweite zu begrenzen, damit eine spätere künstliche Evolution, welche mit dem gesamten Robotermodell arbeitet, noch über Echtzeit lauffähig bleibt. Eine Schrittweite von $h = 10^{-2}$ also eine *update*-Frequenz von 100 Hz stellt dabei einen guten Richtwert dar.

Bemerkung: Die notwendige Reduktion der Schrittweite untergräbt allerdings die Funktionsweise des LUGRE-Reibungsmodells erheblich. Die von den Autoren aus experimentellen Beobachtungen gewonnenen Standardparameter erfordern $h = 10^{-4}$ oder geringer. Jedoch scheint das Modell mit der Methode nach [FRSJ06] robust genug zu sein, um trotzdem noch brauchbare Resultate zu liefern. Es stellt sich allerdings dann die Frage, ob die ermittelten Parameter noch eine physikalisch sinnvolle Interpretation zulassen – insofern man diese benötigt.

4.2.2 Reibungsmodell

Für die Berechnungen der Reibung innerhalb einer Simulation werden neben den konstanten Parametern nur die Geschwindigkeit und die Schrittweite benötigt. In Tabelle 4.1 sind nocheinmal alle Konstanten und Variablen aufgeführt, welche in der Implementation tatsächlich zur Verwendung kommen. Die Werte wurden durch eine künstliche Evolution (siehe Abschnitt 4.3) ermittelt.

Es folgt der zusammengefasste eigentliche Algorithmus. Die Methode nach [FRSJ06] ist eine Diskretisierung, sodass die folgenden Gleichungen direkt implementiert werden können.

$$\begin{aligned} g_n &= F_C + (F_S - F_C) e^{-(v_n/v_S)^2} \\ a_n &= \sigma_0 |v_n|/g_n \\ b_n &= \sigma_0 v_n \\ \dot{z}_n &= b_n - a_n z_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{wenn } a_n &= 0, \text{ dann } z_{n+h} = b_n h + z_n \\ \text{sonst } z_{n+h} &= z_n e^{-a_n h} + (1 - e^{-a_n h}) b_n/a_n \end{aligned}$$

$$M_{Reib}(v_n) = z_n + \sigma_1 e^{-(v_n/v_d)^2} \dot{z}_n/\sigma_0 + F_v v_n$$

Parameter	Wert	Beschreibung
F_C	0,0771550	Coulombreibung
F_S	0,4318759	Haftreibung
F_v	0,2870523	Viskose Reibung
σ_0	23,810246	Federstärke der virtuellen Borsten
σ_1	$2\sqrt{\sigma_0 J}$	Dämpfung der virtuellen Borsten
v_S	0,0659532	Wirkbereich der Haftreibung
v_d	0,8785457	Wirkbereich der Dämpfung
h	10^{-2}	Integrationschrittweite
Variable		Beschreibung
z	-	aktueller interner Modellzustand, aggregierte Auslenkung der Borsten
v	-	aktuelle Geschwindigkeit
Motorkonstanten	Wert	Beschreibung
J	0,0180259	Trägheitsmoment
M_{max}	1,8081276	Haltedrehmoment

Tabelle 4.1

4.2.3 Deformationsmodell

Es wurde ein verallgemeinertes MAXWELL-Modell zweiter Ordnung ausgewählt. Dafür sind die fünf konstanten Parameter plus die Integrationschrittweite erforderlich. Die freie Variable ist ε , die Dehnung. Im konkreten Fall stellt sie die Winkeldifferenz $\varepsilon = \theta - \varphi$ dar. Die Zustandsvariablen z_1 und z_2 stellen auch hier interne Zustände dar. Es sind die Integrale über die Verformung, mit unterschiedlichen Zeitkonstanten. E_0 ist wieder der Instantanmodul.

$$z_{1n} = (z_{1n-1} + \varepsilon_n h) e^{-(E_1/\eta_1)h}$$

$$z_{2n} = (z_{2n-1} + \varepsilon_n h) e^{-(E_2/\eta_2)h}$$

$$\sigma_n = E_0 \varepsilon_n + E_1 (\varepsilon_n - z_{1n} E_1/\eta_1) + E_2 (\varepsilon_n - z_{2n} E_2/\eta_2)$$

4.3 Künstliche Evolution zur Parameteridentifikation

Die Parameter für die Verformung konnten aufgrund der vergleichsweise guten Trennbarkeit von den Reibungsphänomenen separat ermittelt werden. Dafür kam das Verfahren der *Künstlichen Evolution* zum Einsatz. Um auch für die Gesamtkomposition die richtigen Parameter zu finden, wurde dieses Verfahren auch hier bevorzugt angewandt. Die Abschätzung der Größenordnungen bzw. der Intervalle für die jeweiligen Parameter wurde bereits in Abschnitt 2.1.2 und 3.1 diskutiert. Die genaue Auslotung der schwierig zu messenden Parameter obliegt also dem Zufall. Dazu wurden Testszenarien (siehe Abbildung 4.4) konstruiert und

Daten von echten Motoren aufgezeichnet. Solch ein Testdatensatz besteht aus den Werten für angesteuertes Drehmoment und der vom Testsystem produzierten Winkeltrajektorie. Die Daten wurden mit einer zeitlichen Abtastung von 100 Hz aufgezeichnet. Die Experimente wurden an einem Netzgerät bei einer Spannung von 12 V durchgeführt.

Zu Beginn jedes Experiments ist der Pendelarm in der Nullposition, was seiner natürlichen Ruhelage entspricht. In dieser Position wirkt in Rotationsrichtung kein Drehmoment. Dann werden die Drehmomentdaten an den Motor übersandt und über die Dauer von 20 Sekunden vielfältig variiert. Es wurden viele Experimente aufgezeichnet, von denen sechs vielversprechende ausgewählt wurden. Es wird angenommen, dass diese Testdaten alle relevanten Bewegungseigenschaften beinhalten und damit eine möglichst optimale Bewertungsgrundlage existiert.

4.3.1 Ablauf der Evolution

Jeder zufällige Parametersatz entspricht einem Individuum, wie in Tabelle 4.2 abgebildet. Wie in Abschnitt 3.4 und 3.5 erwähnt wird die genaue Austarierung der Werte für Trägheitsmoment J und maximales Drehmoment M_{max} mit in die Evolution gegeben. Die Schrittweite ist fix auf $h = 10^{-2}$. Letztenendes bleiben also *acht* Parameter übrig. Jedes Individuum be-

F_C	F_S	F_v	σ_0	v_S	v_d	J	M_{max}
-------	-------	-------	------------	-------	-------	-----	-----------

Tabelle 4.2: Jeder Parametersatz entspricht einem Individuum, gesucht wird der Satz, der die Testbeispiele am Besten meistert.

kommt alle sechs Testszenarien nacheinander präsentiert und darf sein Können unter Beweis stellen. Die Bewertungsgrundlage liefert demnach der Vergleich mit der Winkeltrajektorie des echten Testsystems. Als Abstandsmaß dient abermals der *euklidische Abstand*. Die Fitnessfunktion ergibt sich dann aus

$$V_{fitness} = \frac{1}{1 + \sqrt{\sum_i (\varphi_i - \phi_i)^2}},$$

wobei das Wurzelziehen weggelassen wurde. Die Integrität der Fitnessfunktion ist dadurch nicht gefährdet. Der Fitnesswert für ein jedes Individuum ist somit im Intervall $[0, 1]$ beschränkt und ein Wert von exakt 1.0 würde Deckungsgleichheit der Trajektorien bedeuten, was allerdings aufgrund der vielen Approximationen und der natürlichen Streuung illusorisch ist. In Abbildung 4.3 ist der Verlauf der Evolution zu sehen.

4.3.2 Auswertung der Experimente

In den Abbildungen 4.4, 4.5 und 4.6 sind die Ergebnisse des bisher besten Individuums zu sehen. Für den mittleren Drehmomentbereich funktioniert das Modell recht zuverlässig. Allerdings sind bei stärkeren Momenten Überschwinger auszumachen, wohingegen bei kleinen Momenten die Werte stets unter den gemessenen liegen. Dieser systematische Fehler deutet auf die Abwesenheit einer Modellkomponente hin.

Die naheliegendste Vermutung ist, dass die bisher ausgeklammerten elektrischen Eigenschaften eine makroskopische Rolle spielen. Weder der Einbruch der Spannung unter Last noch die induzierte Gegenspannung der Motoren wurden bisher berücksichtigt. Diese würden drehzahlabhängig eine selbsthemmende Wirkung haben, welche sich in einem verminderten

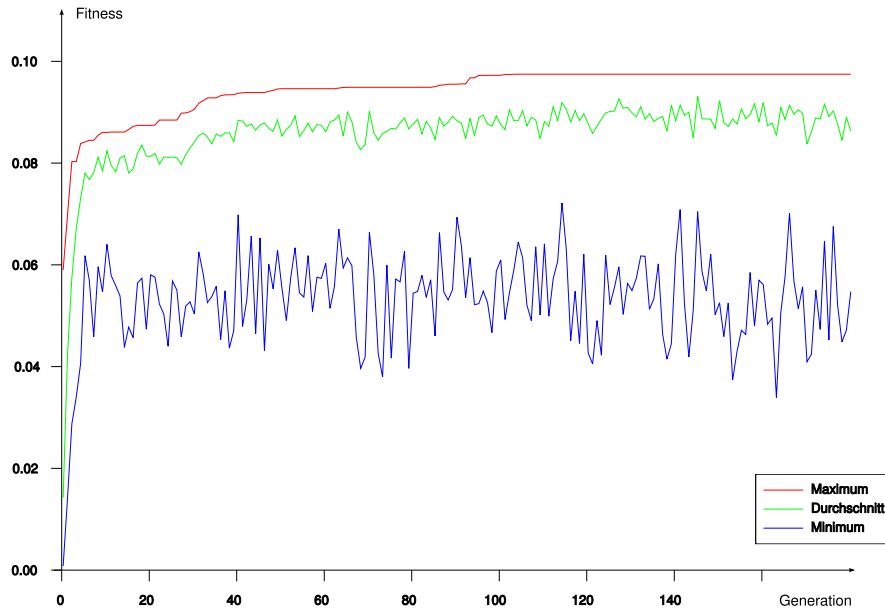


Abbildung 4.3: Generationsverlauf der künstlichen Evolution zur Parameteridentifikation des Gesamtmodells.

effektiven Drehmoment widerspiegelt. Die von der künstlichen Evolution ermittelten Parameter entsprechen also folglich *nicht* exakt ihren physikalischen Analoga. Die gefundenen Werte von M_{max} und F_S sind größer als die gemessenen. Das bedeutet, dass die Evolution einen zu kräftigen Motor mit zu starker Dämpfung produziert hat, um das unvollständige Modell bestmöglich anzupassen.

Weiterhin ist das Fehlen des *stick-slip*-Effekts zu bemerken. Das liegt in der geringen Schrittweite von $h = 10^{-2}$ begründet. Folglich musste die Federkonstante σ_0 des Reibungsmodells weitaus kleiner als standardmäßig angegeben werden, was die korrekte Funktionsweise des Effekts beeinflusst.

Fehlerbetrachtung

Als anschauliches Maß, wie groß der Fehler ist, den das *bisher beste* Individuum gemacht hat, dient der mittlere Fehler über alle Zeitschritte. Jedes Experiment dauert 20 Sekunden. Bei sechs Experimenten und einer Schrittweite von $h = 0.01$ sind das also $N = 12000$ Zeitschritte. Der gesamte Fehler ist $E_{gesamt} = \frac{1}{V_{fitness}} - 1$. Somit ergibt sich bei dem bisher besten Individuum mit einer Fitness von 0.09745 eine durchschnittliche Winkelabweichung von

$$\bar{E}_Z = \sqrt{\frac{E_{gesamt}}{N}} \approx 0,0278 \text{ rad} \hat{=} 1,59^\circ.$$

Bemerkung: Zu dem angegebenen Fehler muss allerdings beachtet werden, dass innerhalb eines Experiments sich die Fehler unvorhersagbar fortpflanzen. Die häufigen Richtungswechsel des angesteuerten Drehmoments bringen das System zwar oft wieder auf den *richtigen* Pfad, aber speziell in Situationen, wo sich durch Kräftegleichgewicht der Zustand des Systems über viele Zeitschritte nicht wesentlich ändert, summieren sich erhebliche Fehler auf.

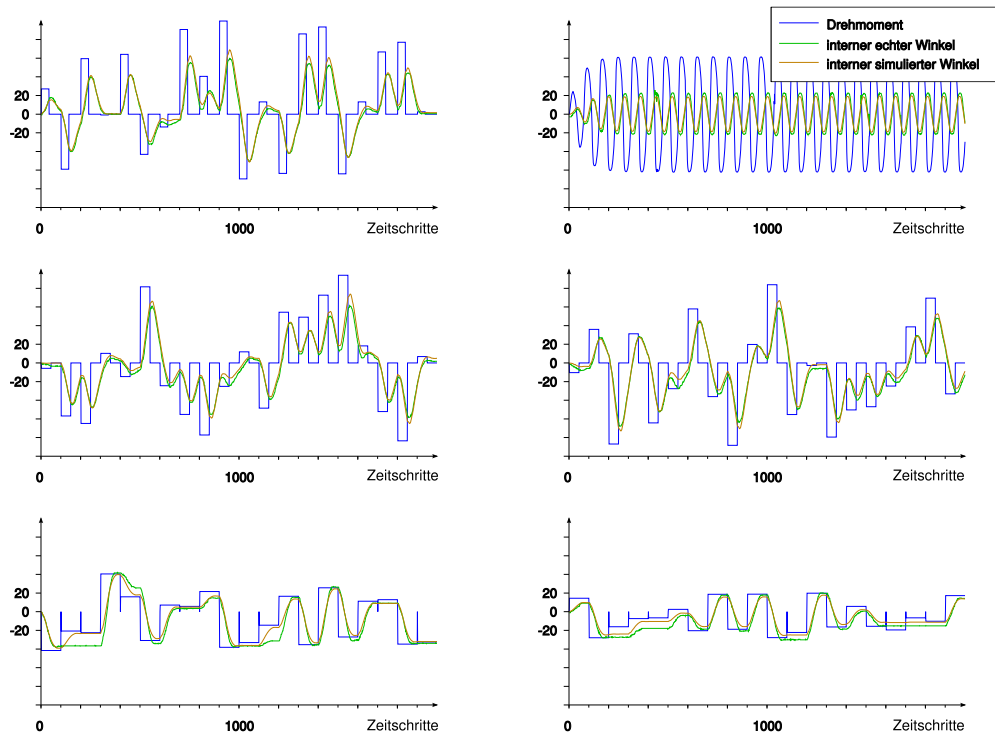


Abbildung 4.4: Übersicht über die zur Evolution ausgewählten Experimente. In den Grafiken sind gute und schlechte Beispiele schnell anhand der Abweichungen zwischen echter und simulierter Winkeltrajektorie auszumachen. In Abbildung 4.5 wird ein besonders gutes und in Abbildung 4.6 ein weniger gutes Beispiel genauer betrachtet.

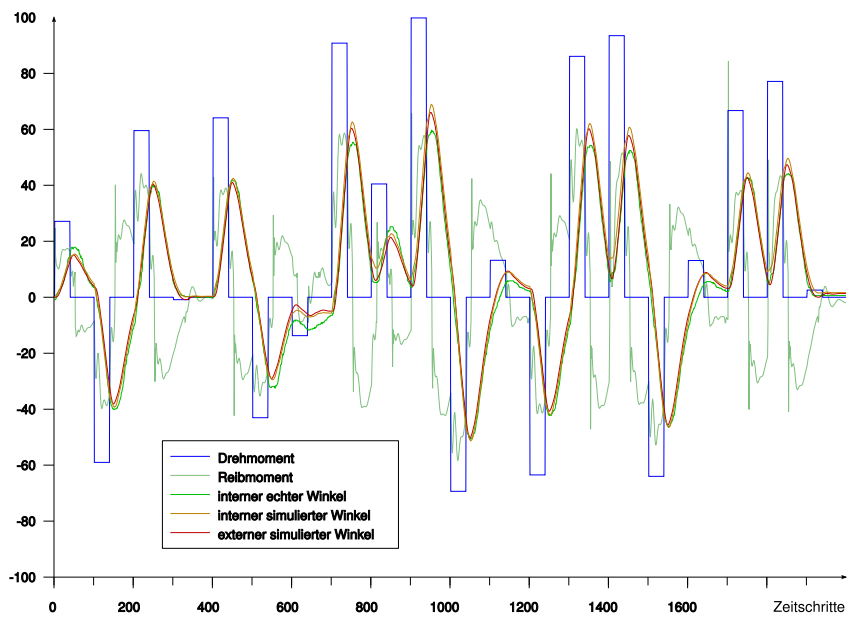


Abbildung 4.5: Ein erfolgreiches Beispiel. Die Simulation kann in den Schwung- und Auslaufphasen sowie bei den Nulldurchgängen das reale Verhalten sehr gut abbilden. Der betrachtete Verlauf zeigt dennoch eine Schwäche. An einigen Umkehrpunkten sind Über- und Unterschwinger auszumachen. Das deutet auf eine fehlende Modellkomponente hin.

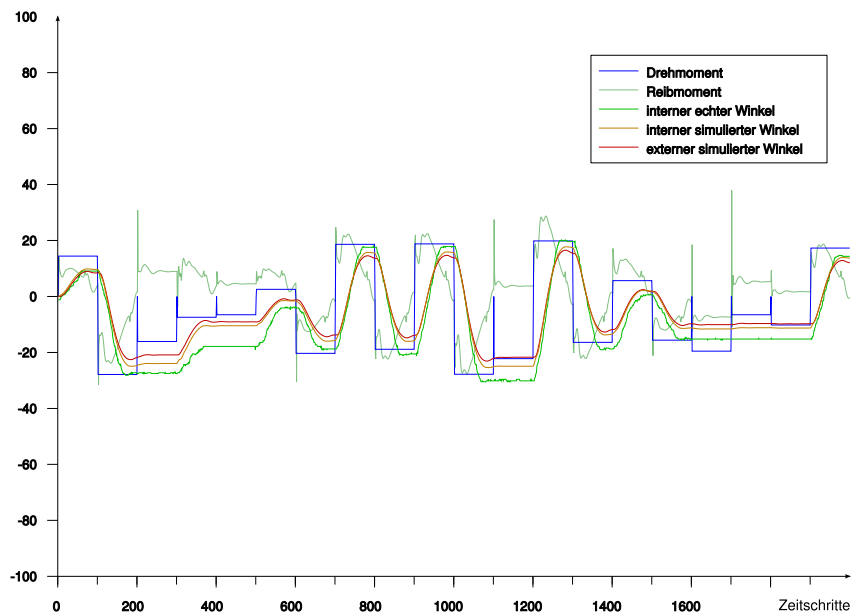


Abbildung 4.6: Ein weniger erfolgreiches Beispiel. Bei diesem Verlauf, der besonders in kleinen Drehmomentbereichen arbeitet, macht sich das Unterlaufen deutlich bemerkbar. In Kombination mit dem Zuschnappen der Haftreibung verstärken sich die Abweichungen.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Entstanden ist ein Modell und eine Simulation eines Servomotors. Darin sind die wesentlichen mechanischen Eigenschaften wie Deformation des Kunststoffgetriebes und vielfältige Einflüsse der Reibung enthalten. Für die Modellierung der viskoelastischen Getriebeverformung kam das verallgemeinerte MAXWELL-Modell zum Einsatz. Es wurde auf der Grundlage von isolierten Messreihen eine Parametersuche per künstliche Evolution durchgeführt und es hat sich gezeigt, dass ein Modell zweiter Ordnung diese Aufgabe zufriedenstellend löst. Für die Reibung wurde, aufgrund der Anforderungen in Bereichen kleiner Geschwindigkeiten und häufiger Richtungswechsel, das dynamische LUGRE-Modell verwendet. Dieses Reibungsmodell und ein einfacher Antrieb in Form eines Schwungrads wurden als interner Zustand des Motors über die Elastizität an den Abtrieb gekoppelt. Diesem Gesamtsystem wurden verschiedene Testszenarien vorgelegt und die fehlenden Parameter wurden ebenfalls mit Hilfe der künstlichen Evolution ermittelt.

5.1 Resultat

Das Ergebnis ist ein Modell, das wesentlich unvollständig ist, aber hinreichend gute Ergebnisse liefert. Die Simulationen zeigen, dass die wesentlichen Eigenschaften im Modell enthalten sind und zu einem realistischen Verlauf führen. Die restlichen relevanten Abweichungen von der echten Winkeltrajektorie können mit der Abwesenheit einer simulierten Wechselwirkung zwischen Motor und Spannungsquelle erklärt werden. Eine Erweiterung des bestehenden Modells um diese Eigenschaften ist zu diesem Zeitpunkt bereits in Arbeit und wird in kommenden, auf diese Schrift aufbauenden, Arbeiten veröffentlicht. Weiterhin soll das Modell um die Fähigkeit erweitert werden, die Interaktion von mehreren Motoren mit der Stromversorgung korrekt abzubilden. Die Aufheizung des Motors und die damit einhergehende Erhöhung seines Innenwiderstands wird ebenfalls Berücksichtigung finden.

5.2 Nutzung der mechanischen Eigenschaften

Es hat sich allgemein gezeigt, dass Servomotoren als Gelenke für Laufmaschinen nur bedingt geeignet sind. Natürliche Antriebe wie Muskeln zeichnen sich durch enorme Elastizität und eine gute Dämpfung aus. Diese Antriebe sind bestens an unstrukturierte Umgebungen angepasst und sind durch die Evolution energetisch nah am Optimum. Dämpfung und Elastizität sind wesentliche Faktoren der Bewegungsapparate von Lebewesen. Sie sind notwendig um hartes Aufsetzen zu dämpfen und die zur Verfügung stehende begrenzte Energie effizient umzusetzen. Demnach ist es erstrebenswert nach und nach von der Industrierobotik weg und hin zu biologisch inspirierten Antrieben zu gehen. Gelenke mit vorgeschalteten Torsionsfedern wie im Laufroboter OCTAVIO [Hil07] und die elastischen Getriebeeigenschaften des hier untersuchten Motors sind Brückenschläge. Elastische Antriebe gelten heute allerdings noch oft als schwer kontrollierbar. Diese Herausforderung muss genommen werden.

Spannt man eine Feder, so nimmt sie die Energie auf und speichert diese, bis sie wieder entspannt wird. Stellt man sich das Laufen als einen Prozess vor, bei dem kinetische und potentielle Energie ständig ineinander umgewandelt werden, so ist die einzige Energie, die für eine zyklische Laufbewegung aufgewendet werden muss, diejenige, die durch Reibungsverluste und Wärme *verloren* geht. Nutzt man die Eigendynamik des Körpers optimal aus, so ergäbe sich ein Laufen, das die charakteristischen Züge der zugrundeliegenden Morphologie besitzt. Alle Gelenkeigenschaften würden das Laufmuster individuell formen. Die Evolution hat unzählige Organismen mit unterschiedlichen Gangarten hervorgebracht. Es ist folglich denkbar, dass eine *künstliche Evolution* im Simulator, auf Basis einer neuronalen Drehmomentsteuerung und einem adäquaten Antriebsmodell, auch solch ein Laufen produzieren könnte. Dazu müsste das Antriebsmodell allerdings die Energie, also das Integral über die Leistung liefern, um eine energetische Fitnessfunktion zu haben und ein Laufen zu *finden*, das ebenfalls nah am Optimum ist. Zudem ergäben sich sicherlich geschmeidige und kontinuierliche Bewegungen, die materialschonender sind und als natürlich empfunden werden. Einen spannenden Ausblick darauf, wie man die Eigenschwingungen eines humanoiden Roboters dazu nutzen kann ein zyklisches Laufmuster auf Basis neuronaler Netze zu konstruieren, gibt es bereits in [Wer08]. Es bleibt mit Spannung abzuwarten, wie sich die Schere zwischen einer detaillierten Simulation und einer adaptiven Steuerung schließt und die Maschinen des natürlichen Gehens befähigt.

A Mathematischer Anhang

Trägheitsmoment

Es folgt die Berechnung des Trägheitsmoments für einen Quader mit homogener Masseverteilung, der Dichte $\rho(r) = \rho_0$ und den Längen a , b und c bzgl. der Rotation um seinen Körpermittelpunkt in der z -Achse.

$$\begin{aligned} J_{\text{Quader}} &= \int_V d^3r \rho(r) (x^2 + y^2) = \rho_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} dx dy dz (x^2 + y^2) \\ &= \rho_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dx dy c (x^2 + y^2) = \rho_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dx c (bx^2 + \frac{1}{12}b^3) \\ &= \frac{1}{12} \rho_0 c (ba^3 + ab^3) = \frac{1}{12} \rho_0 a b c (a^2 + b^2) = \frac{1}{12} \rho_0 V (a^2 + b^2) \\ &= \frac{1}{12} m (a^2 + b^2) \end{aligned}$$

Für die numerische Simulation eines echten Pendels (z. B. in SCILAB) kann man den Aufhängepunkt einfach verschieben, indem man die Integrationsgrenzen anpasst bzw. den Satz von STEINER anwendet.

Maxwell-Körper

Um aus der allgemeinen Differentialgleichung 2.28 des MAXWELL-Körpers die Gleichungen für $\varepsilon(\sigma)$ und $\sigma(\varepsilon)$ zu errechnen bietet sich die LAPLACE-Transformation an. Dazu transformiert man die Gleichung in den komplexen Spektralbereich, wodurch sich diese vereinfacht. Danach kann man mit einfachen Multiplikationen und Additionen die Gleichung umstellen und transformiert sie wieder zurück in den reellen Zeitbereich. Exemplarisch wird hier folgend der Zusammenhang von $\varepsilon(\sigma)$ hergeleitet.

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= \frac{\dot{\sigma}(t)}{E} + \frac{\sigma(t)}{\eta} \\ s \varepsilon(s) &= \frac{s \sigma(s)}{E} + \frac{\sigma(s)}{\eta} \\ \varepsilon(s) &= \frac{\sigma(s)}{E} + \frac{\sigma(s)}{s \eta} \\ \varepsilon(t) &= \frac{\sigma(t)}{E} + \frac{1}{\eta} \int_0^t \sigma(\bar{t}) d\bar{t} \end{aligned}$$

Linearer Standardkörper

Diese Herleitung ist [Ber07] entnommen und auf die hier verwendete Notation umgeschrieben. Es gilt $\sigma = \sigma_0 + \sigma_1$, dann folgt aus

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_0 = \varepsilon_1 = \varepsilon_{Hooke} + \varepsilon_{Newton} \\ \dot{\varepsilon} &= \dot{\varepsilon}_0 = \dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon}_{Hooke} + \dot{\varepsilon}_{Newton} \\ \dot{\varepsilon} &= \frac{\dot{\sigma}_0}{E_0} = \frac{\dot{\sigma}_1}{E_1} + \frac{\sigma_1}{\eta} = \frac{\dot{\sigma} - \dot{\sigma}_0}{E_1} + \frac{\sigma - \sigma_0}{\eta} = \frac{1}{E_1} \dot{\sigma} - \frac{E_0}{E_1} \dot{\varepsilon} + \frac{1}{\eta} \sigma - \frac{E_0}{\eta} \varepsilon.\end{aligned}$$

Nach dem Ordnen erhält man

$$\sigma + \frac{\eta}{E_1} \dot{\sigma} = E_0 \varepsilon + \eta \frac{E_0 + E_1}{E_1} \dot{\varepsilon},$$

was Gleichung 2.30 entspricht.

Äquivalente Modelle

Ein spezifisches Materialverhalten lässt sich durch verschiedene Modelle ausdrücken. Um äquivalente Modelle ineinander zu überführen bringt man sie zuerst jeweils auf die allgemeine Form

$$a_0 \sigma + a_1 \dot{\sigma} + a_2 \ddot{\sigma} + \dots + a_n \sigma^{(n)} = b_0 \varepsilon + b_1 \dot{\varepsilon} + b_2 \ddot{\varepsilon} + \dots + b_m \varepsilon^{(m)}$$

und vollführt dann einen Koeffizientenvergleich [Bac83].

Literaturverzeichnis

- [AS01] ALBU-SCHÄFFER, A.: *Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken am Beispiel der DLR-Leichtbauarme*. Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik, Technische Universität München, 2001
- [Bac83] BACKHAUS, G.: *Deformationsgesetze*. Berlin : Akademie-Verlag, 1983
- [Ben07] BENDER, J.: *Impulsbasierte Dynamiksimulation von Mehrkörpersystemen in der virtuellen Realität*. Universitätsverlag Karlsruhe, 2007
- [Ber07] BERTRAM, A.: *Vorlesungsmanuskript zur Festigkeitslehre*. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Fakultät für Maschinenbau, Institut für Mechanik, Lehrstuhl für Festigkeitslehre, 2007
- [BL08] BENCKENDORFF, C. ; LOBIG, T. *Alternative Gelenksteuerung für Roboter*. Studienarbeit am Lehrstuhl für Künstliche Intelligenz, Humboldt-Universität zu Berlin. 2008
- [CDWOAL95] CANUDAS DE WIT, C. ; OLSSON, H. ; ASTRÖM, K. J. ; LISCHINSKY, P.: A new model for control of systems with friction. In: *IEEE Trans. Automatic Control* 40 (1995), Nr. 3, S. 419–25
- [Die06] DIETZ, T.: *Model-based Friction Compensation for the Furuta Pendulum using the LuGre Model*, Department of Automatic Control, Lund University, Diplomarbeit, 2006
- [FRSJ06] FREIDOVICH, L. ; ROBERTSSON, A. ; SHIRIAEV, A. ; JOHANSSON, R.: Friction compensation based on LuGre model. In: *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control* (2006)
- [Fun94] FUNG, Y. C.: *A First Course in Continuum Mechanics*. 3. Prentice Hall, 1994
- [Hei07] HEIN, D.: *Simloid: Evolution of Biped Walking Using Physical Simulation*, Institut für Informatik, Humboldt-Universität zu Berlin, Diplomarbeit, 2007
- [HHB07] HEIN, D. ; HILD, M. ; BERGER, R.: Evolution of Biped Walking Using Neural Oscillators and Physical Simulation. In: *RoboCup 2007: Proceedings of the International Symposium LNAI, Springer* (2007)
- [Hil07] HILD, M.: *Neurodynamische Module zur Bewegungsteuerung autonomer mobiler Roboter*, Institut für Informatik, Humboldt-Universität zu Berlin, Diss., 2007
- [HKG07] HILD, M. ; KUBISCH, M. ; GÖHRING, D.: How to Get from Interpolated Keyframes to Neural Attractor Landscapes – and Why. In: *Proc. of European Conference on Mobile Robots* (2007)

- [HMS07] HILD, M. ; MEISSNER, R. ; SPRANGER, M.: Humanoid Team Humboldt, Team Description / Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Informatik, LFG Künstliche Intelligenz. 2007. – Forschungsbericht
- [HP07] HILD, M. ; PASEMANN, F.: Self-Adjusting Ring Modules (SARMs) for Flexible Gait Pattern Generation. In: *Proc. of Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI)* (2007)
- [Kle02] KLEIN, J.: BREVE: a 3D Environment for the Simulation of Decentralized Systems and Artificial Life. In: *Complex Systems Group, Department of Physical Resource Theory, Chalmers University of Technology and Göteborg University* (2002)
- [MGH07] MOBALLEGH, H. ; GUILBOURD, R. ; HOHL, G.: FHumanoid Team Description / Freie Universität Berlin, Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Künstliche Intelligenz. 2007. – Forschungsbericht
- [Ols96] OLSSON, H.: *Control Systems with Friction*. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1996
- [PHZ03] PASEMANN, F. ; HILD, M. ; ZAHEDI, K.: SO(2)-Networks as Neural Oscillators. In: *Proc. of Int. Work-Conf. on Artificial and Natural Neural Networks (IWANN)* (2003), S. 144–151
- [RLB08] RÖFER, T. ; LAUE, T. ; BURCHARDT, A.: B-Human Team Description / Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH, Sichere Kognitive Systeme, Bremen. 2008. – Forschungsbericht
- [RN96] REICHERT, K. ; NEUBAUER, R. E.: *Messen von Betriebsparametern elektrischer Antriebe*. Institut für elektrische Maschinen, ETH-Zürich, 1996
- [Str02] STRIBECK, R.: Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager. In: *Verein. Deut. Ing* 46 (1902), S. 38ff. 1341–1348
- [Wer08] WERNER, B. *Neuronale Steuerung zur Erzeugung eines Gehpatterns für Humanoide Roboter*. Studienarbeit am Lehrstuhl für Künstliche Intelligenz, Humboldt-Universität zu Berlin. 2008